

Análise Dinâmica na Preservação de Catedrais

Eng. Sérgio Stolovas

(0) Introdução

Reconhecimento de Patologias:

As patologias dinâmicas podem ser sutis e facilmente confundidas com danos de origem estática ou deterioração natural.

Patologias que podem estar associadas a efeitos dinâmicos:

a) Fissuras

b) Desprendimento: Argamassa de rejuntamento, revestimentos, elementos decorativos.

c) Fadiga de Materiais: Não visível em geral a olho nu, mas leva à fragilização e facilita os danos visíveis.

d) Deformações e Início de desaprumos



(1) Análise modal inicial estimativa

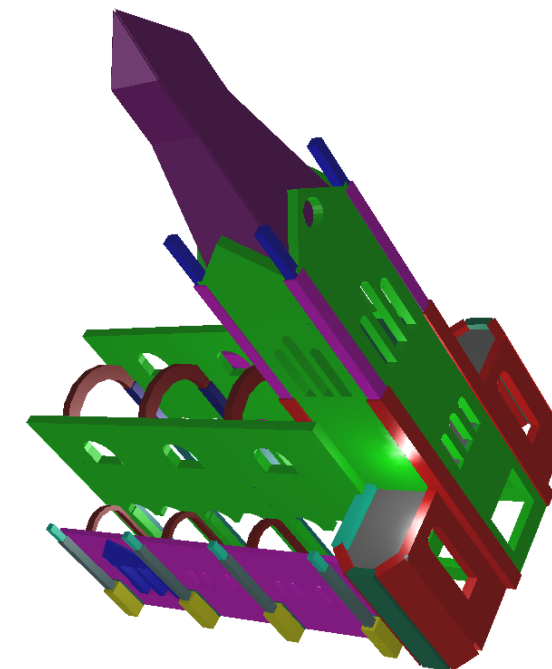
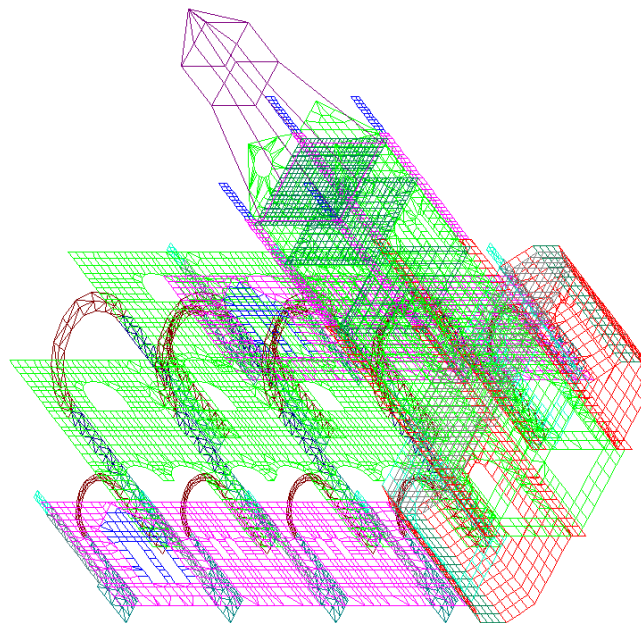
Catedral de Ribeirão Preto: Modelo Analítico em Elementos finitos

Estimativa inicial de parâmetros

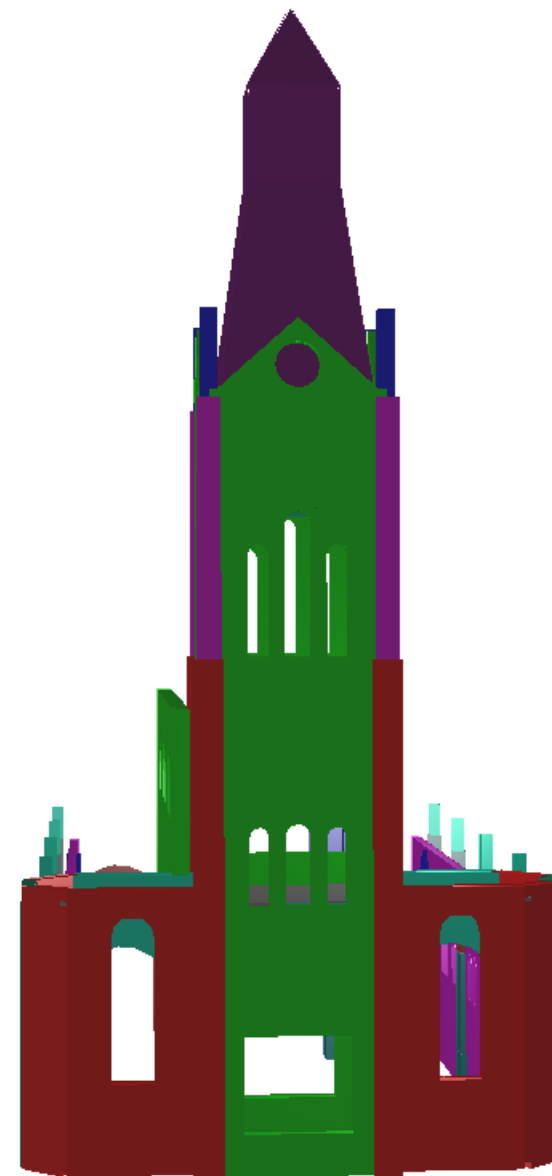
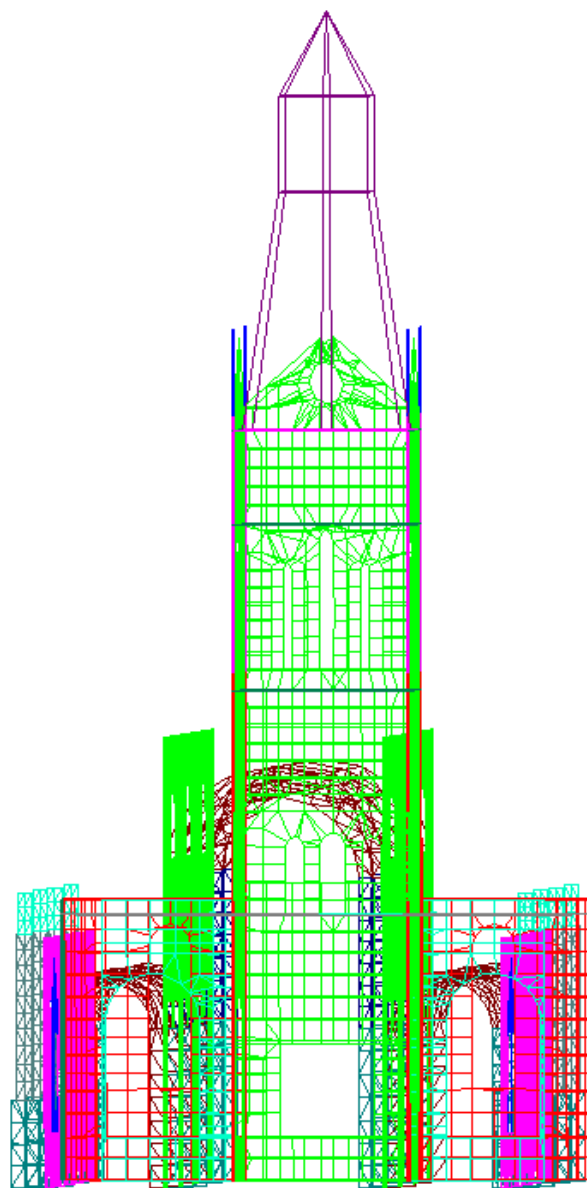
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Densidade: } \gamma = 17,50 \frac{kN}{m^3} \\ \text{Modulo de elasticidade: } E = 1500 MPa \\ \text{Poisson: } \nu = 0,2 \end{array} \right\}$$

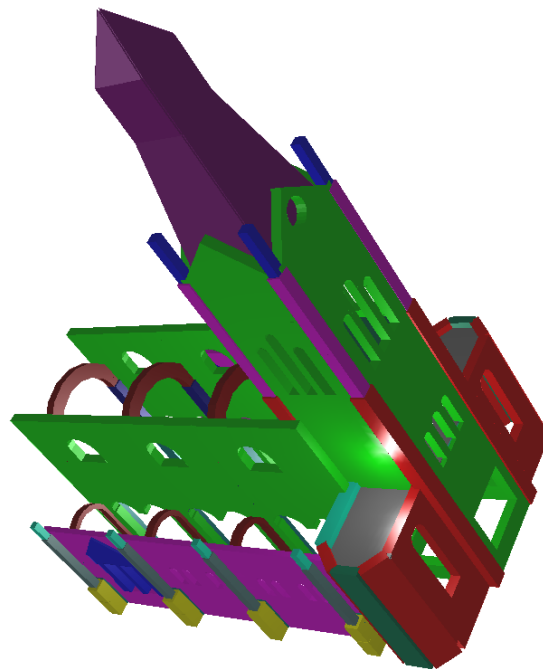
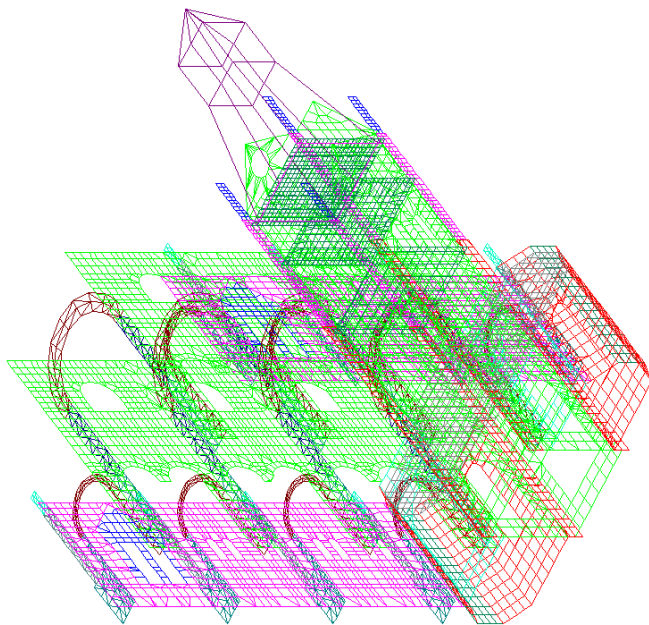
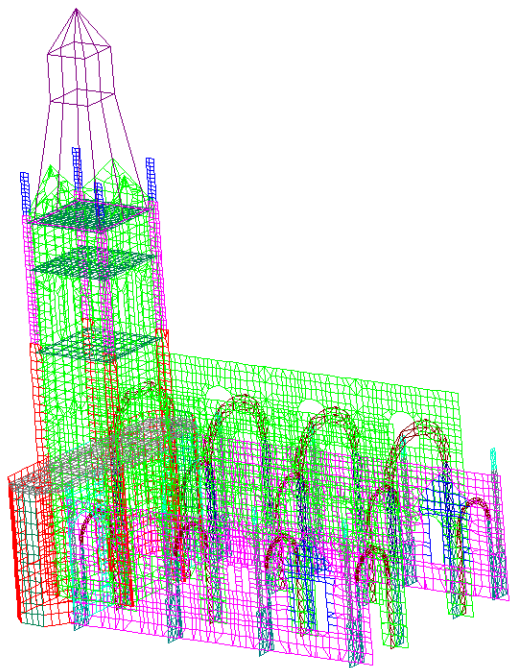
Reference	Elasticity modulus: MPa
Abruzzese and Vari (2004)	4000
Benedettini and Gentile (2007)	1800–5000
DIN 4178 (DIN, 2005)	3000–7000
Gentile and Saisi (2007)	1718–1772
Julio et al. (2008)	4800
Schmidt (2007)	1000
Wilson and Selby (1993)	1425

Table 1. Dynamic elasticity modulus for masonry

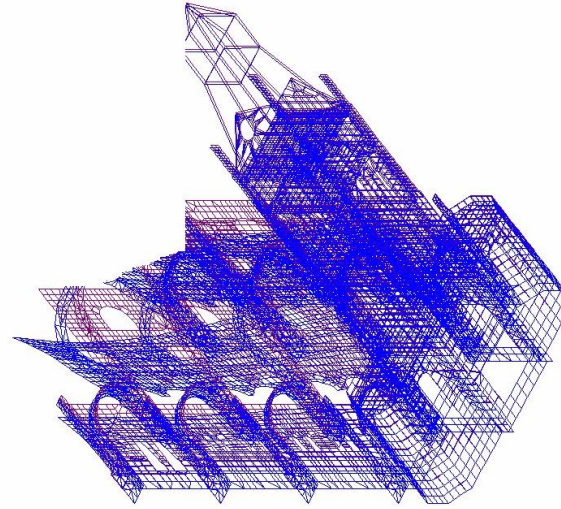


Fachada principal

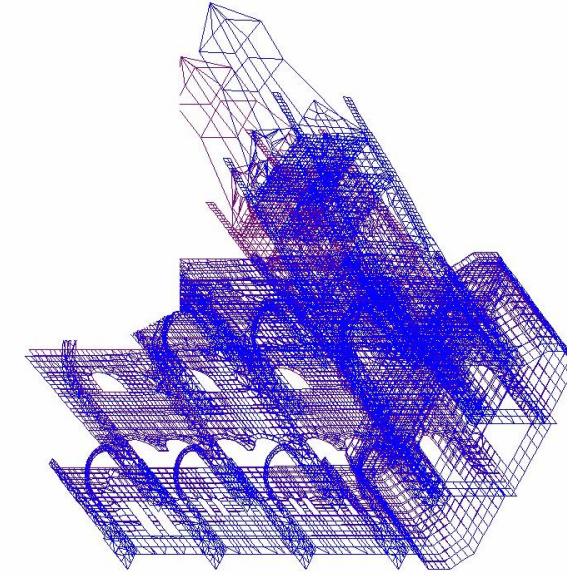




Formas modais



Modo 1



Modo 2

Modo 3

Modo 4

Modo 5

Modo 6



Modo 1



Modo 5

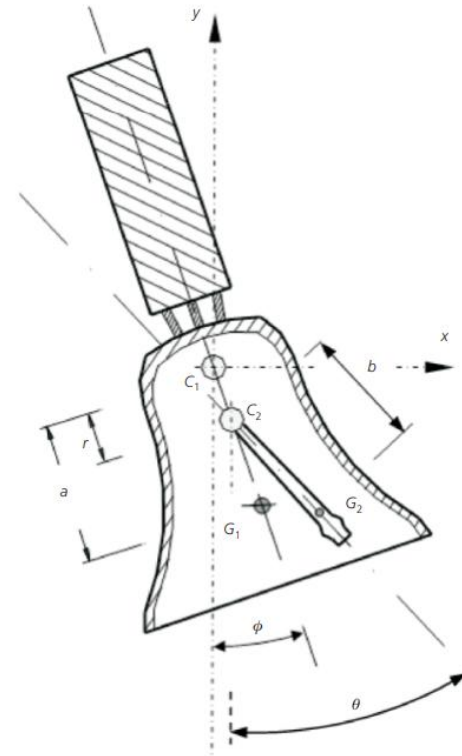
(2) Conjecturas de fontes vibracionais

Os Agentes "Suspeitos" de provocar efeitos dinâmicos que provocam patologias

Suspeito #1: O Tráfego Pesado



Suspeito #2: Os Sinos



Suspeito #1: O Tráfego Pesado

- Agente:** Veículos pesados (ônibus, caminhões) passando ou parados próximo à catedral.

- Mecanismo:**

- Geração de ondas sísmicas de superfície (Ondas de Rayleigh) e excepcionalmente de corpo (P e S) no solo.
- Propagação dessas ondas através do terreno até a fundação da catedral.
- Transferência de vibração da fundação para a superestrutura.

- Frequências:** Geralmente frequências mais baixas (1-30 Hz), mas com energia significativa, capazes de excitar modos de vibração de edifícios altos e pesados

- Patologias Típicas:** Fissuras em elementos de fundação/base, propagando-se para cima, danos em revestimentos.

Efeitos do Tráfego: Um Problema Urbano Generalizado

- **Deterioração Comum em Catedrais na Europa devidas ao tráfego:**

- **Microfissuras e Fissuras Superficiais:** Estresse repetitivo induz microfissuras em alvenarias e revestimentos, que podem evoluir para fissuras maiores.
- **Desagregação de Argamassas:** A vibração pode acelerar a desagregação das argamassas de rejuntamento, tornando a estrutura mais vulnerável à penetração de água e a outros agentes de deterioração.
- **Fadiga Estrutural:** A longo prazo, a exposição constante a vibrações de baixa frequência pode levar à fadiga dos materiais constitutivos, diminuindo sua resistência e durabilidade.
- **Assentamentos Diferenciais:** Em solos sensíveis, a vibração pode causar compactação e pequenos assentamentos diferenciais sob as fundações, exacerbando os problemas estruturais.

A intensificação do tráfego representa um novo tipo de desafio dinâmico que exige abordagens de engenharia específicas para sua preservação.

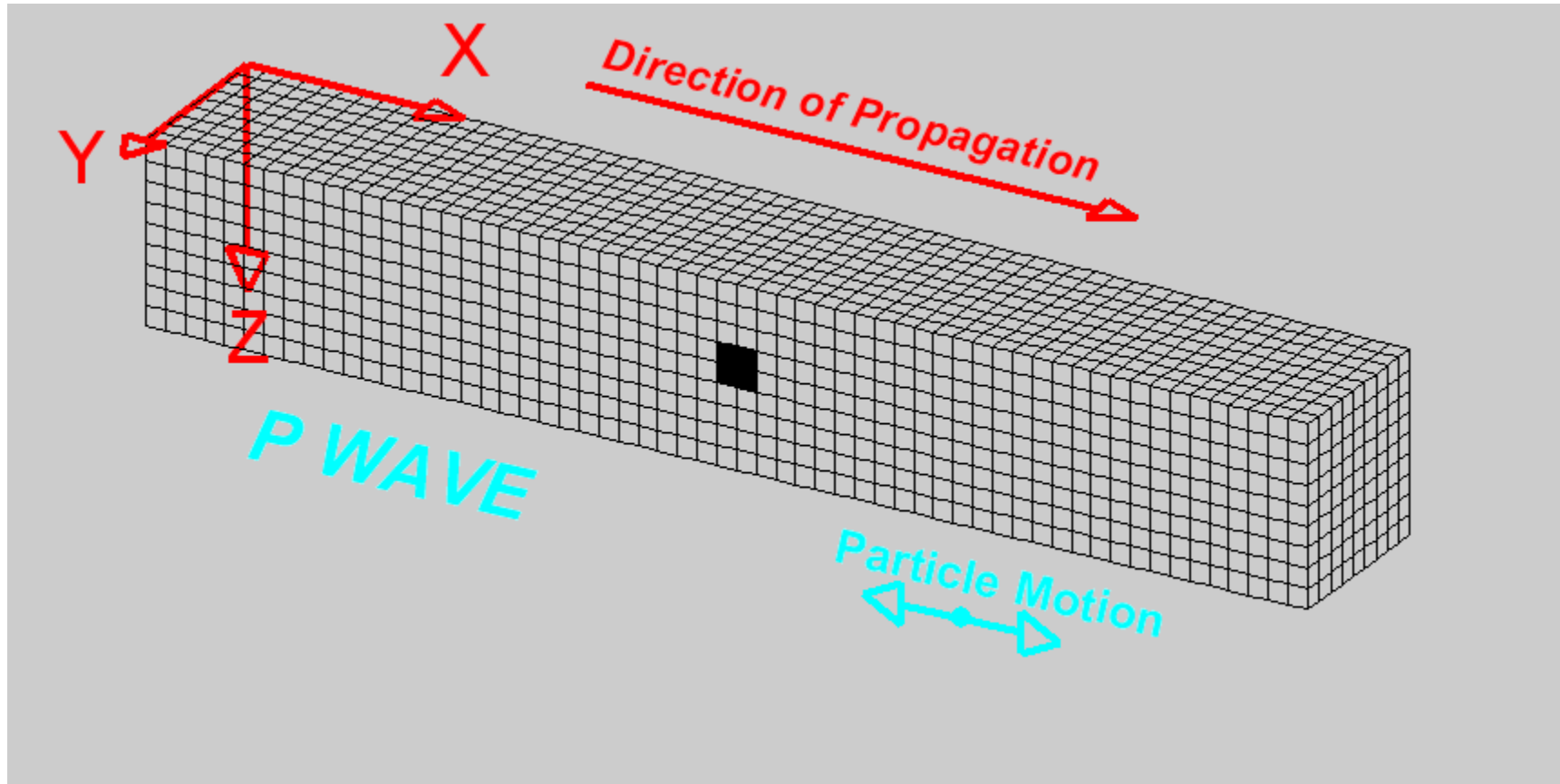
**Frequência Natural da suspensão de veículo:
0.5 Hz a 3 Hz.**

- **Caminhões carregados: 0.5 Hz a 1.5 Hz**

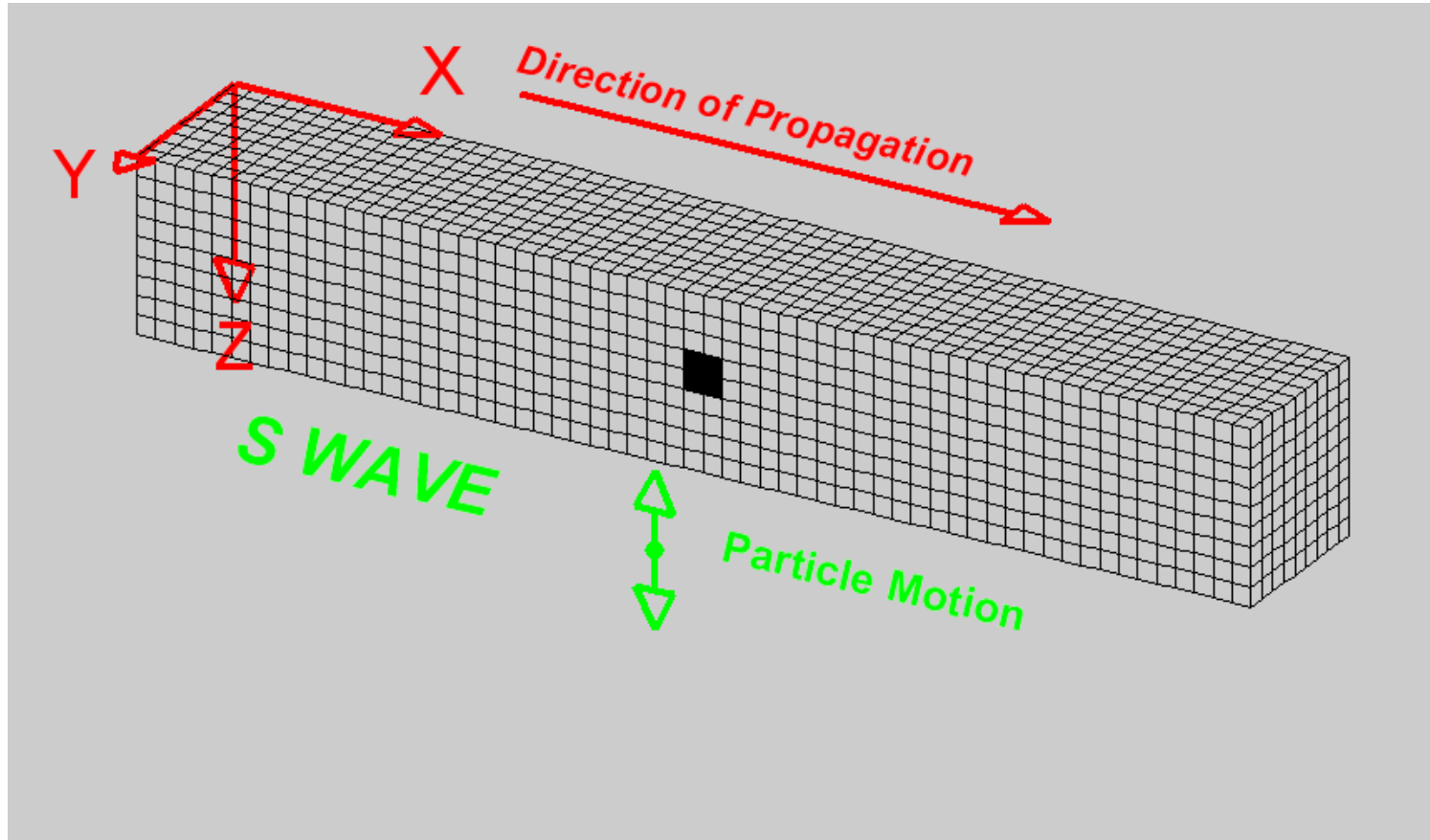
- **Caminhões vazios: 1.5 Hz a 3 Hz**

- **Ônibus: 0.8 Hz a 1.5 Hz**

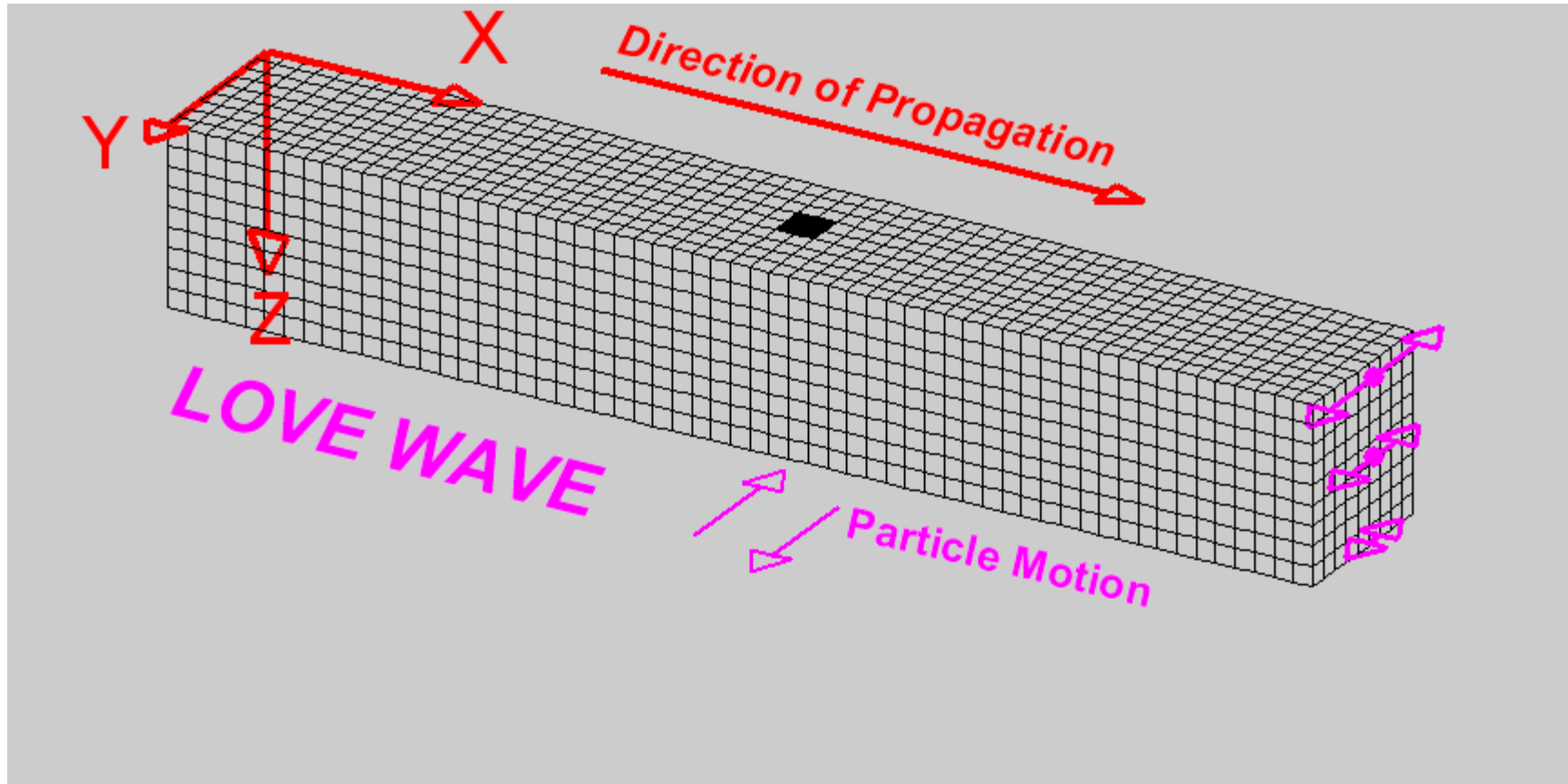
Ondas sísmicas P (ondas de pressão)



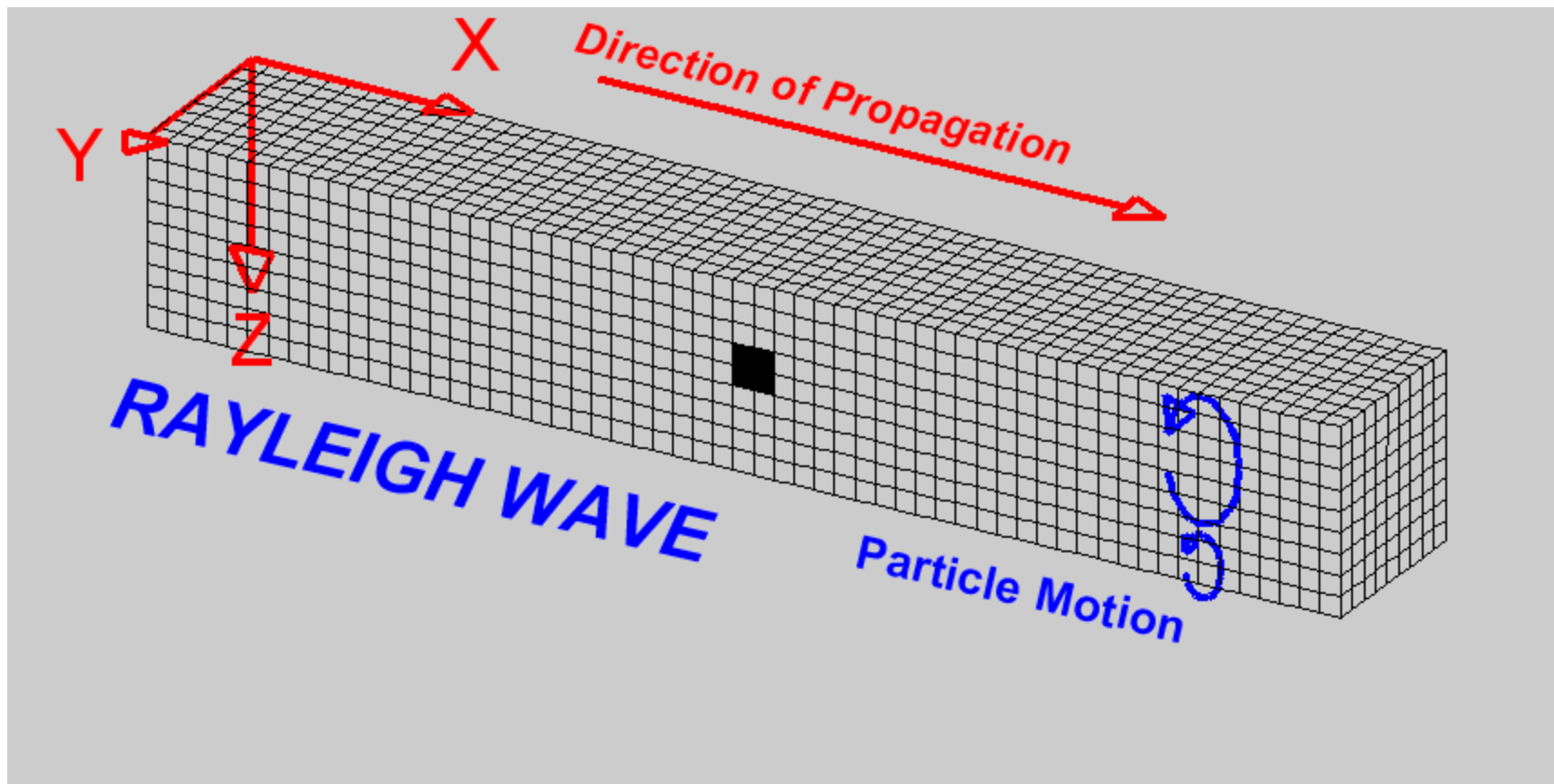
Ondas sísmicas S (ondas de cisalhamento)

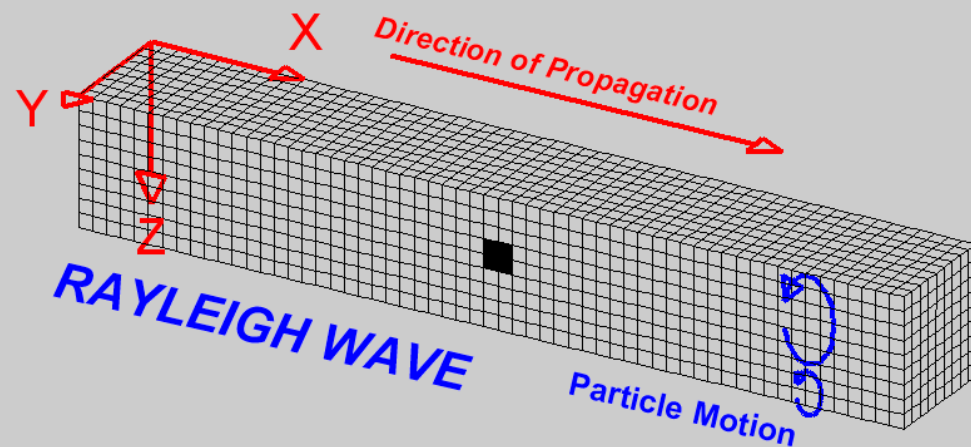
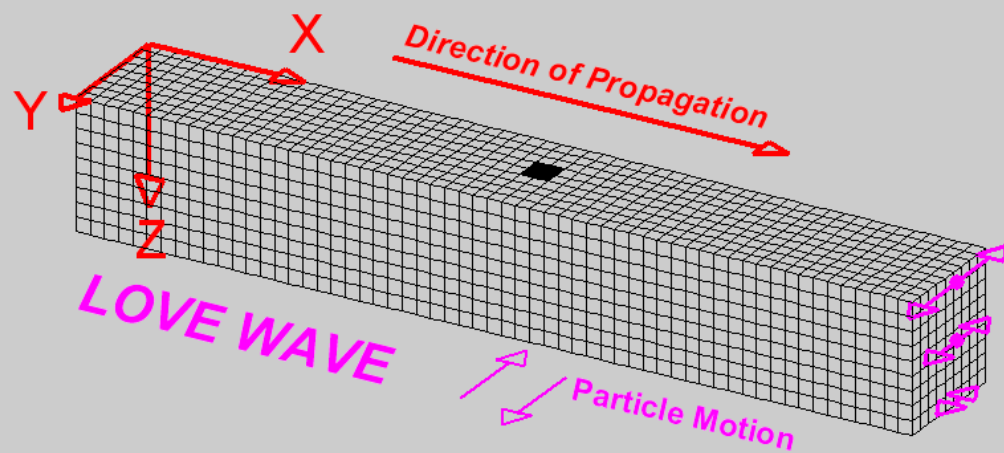
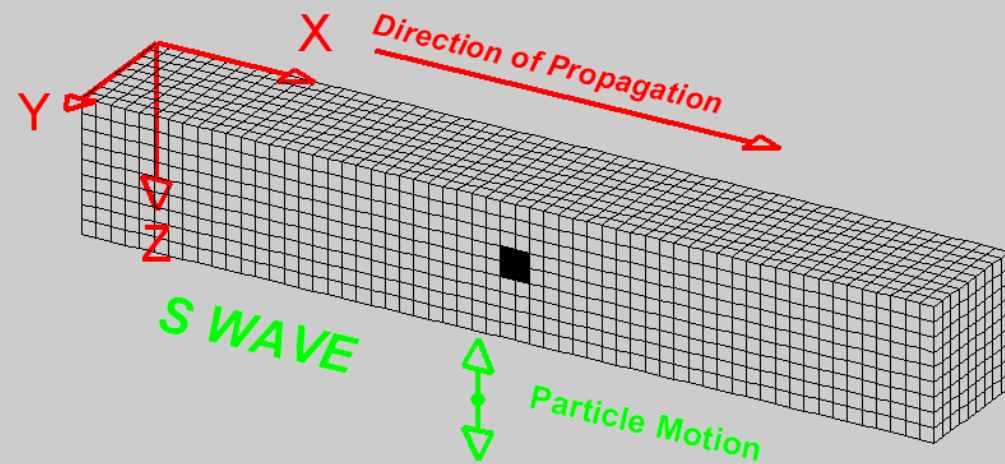
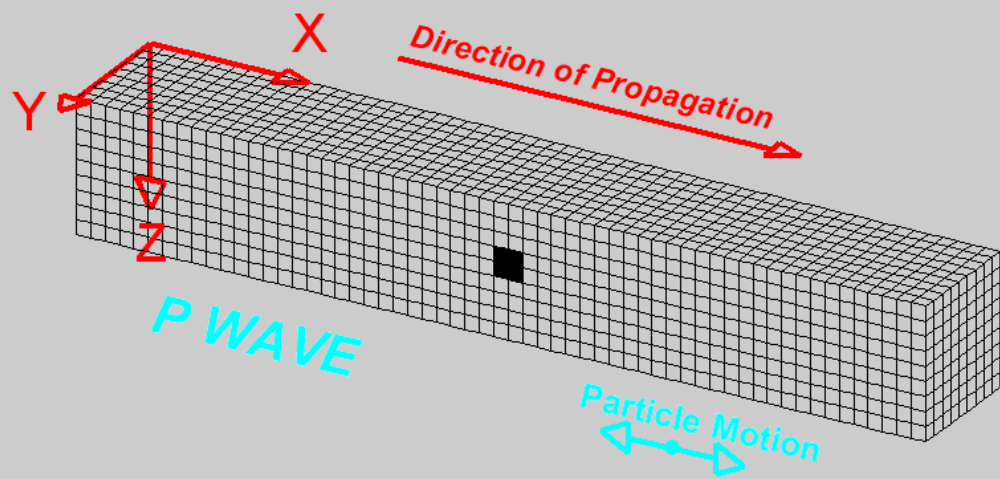


Ondas sísmicas L (transversal)



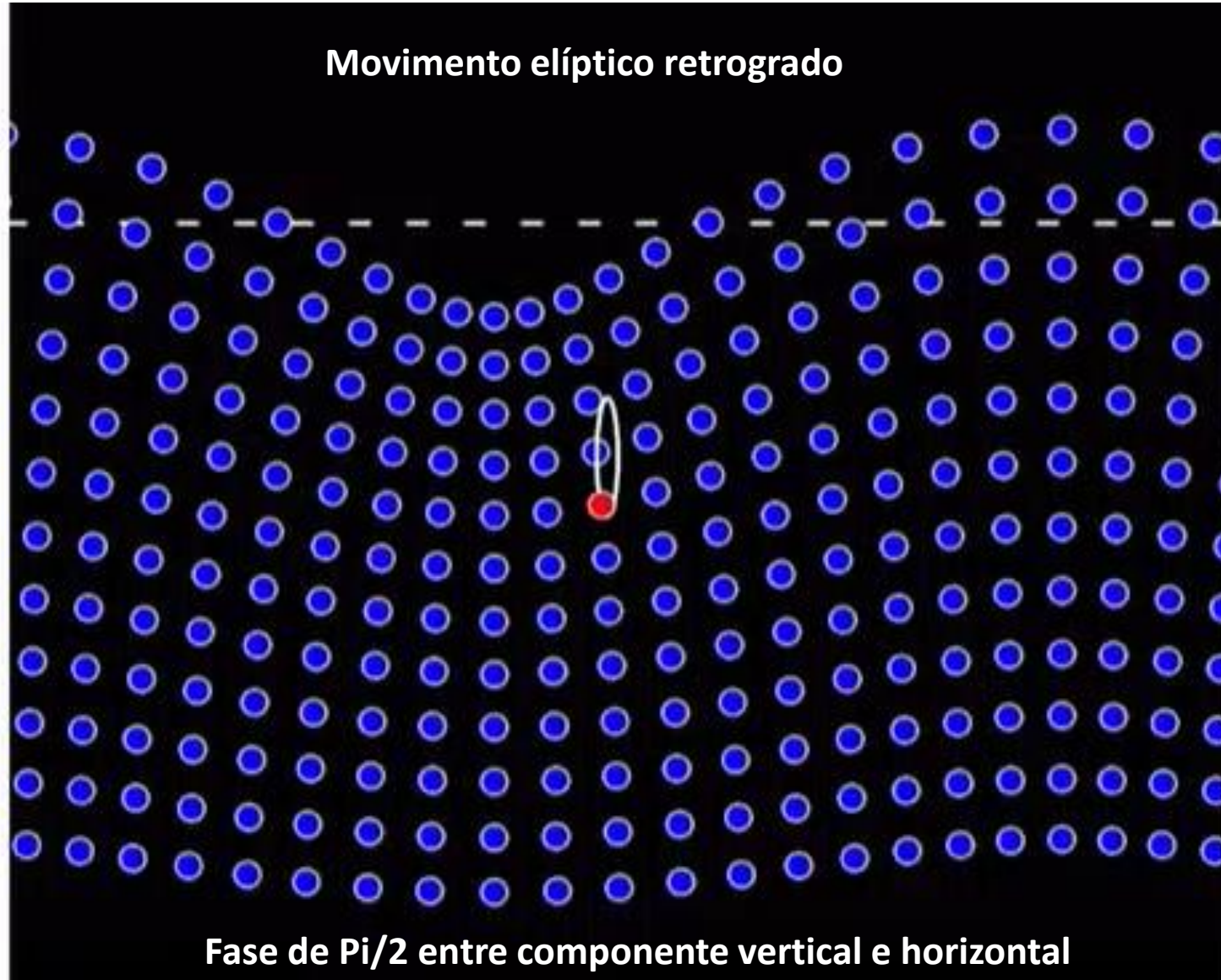
Ondas sísmicas de Rayleigh





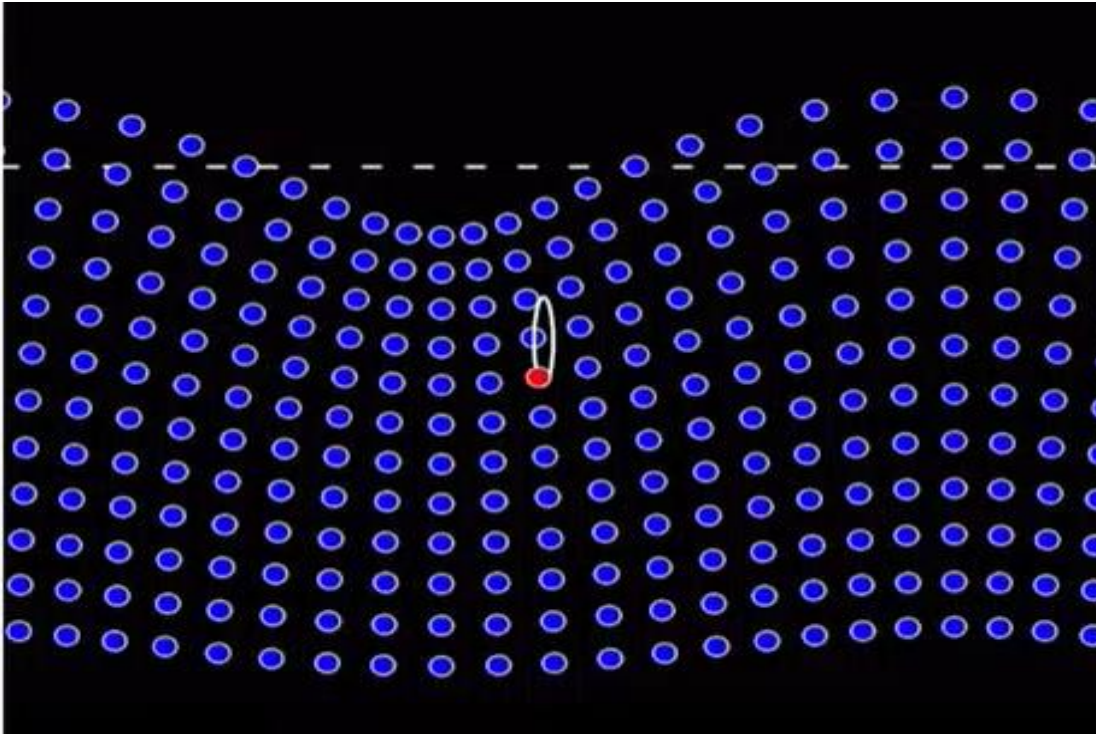
Ondas sísmicas de Rayleigh

Movimento elíptico retrogrado

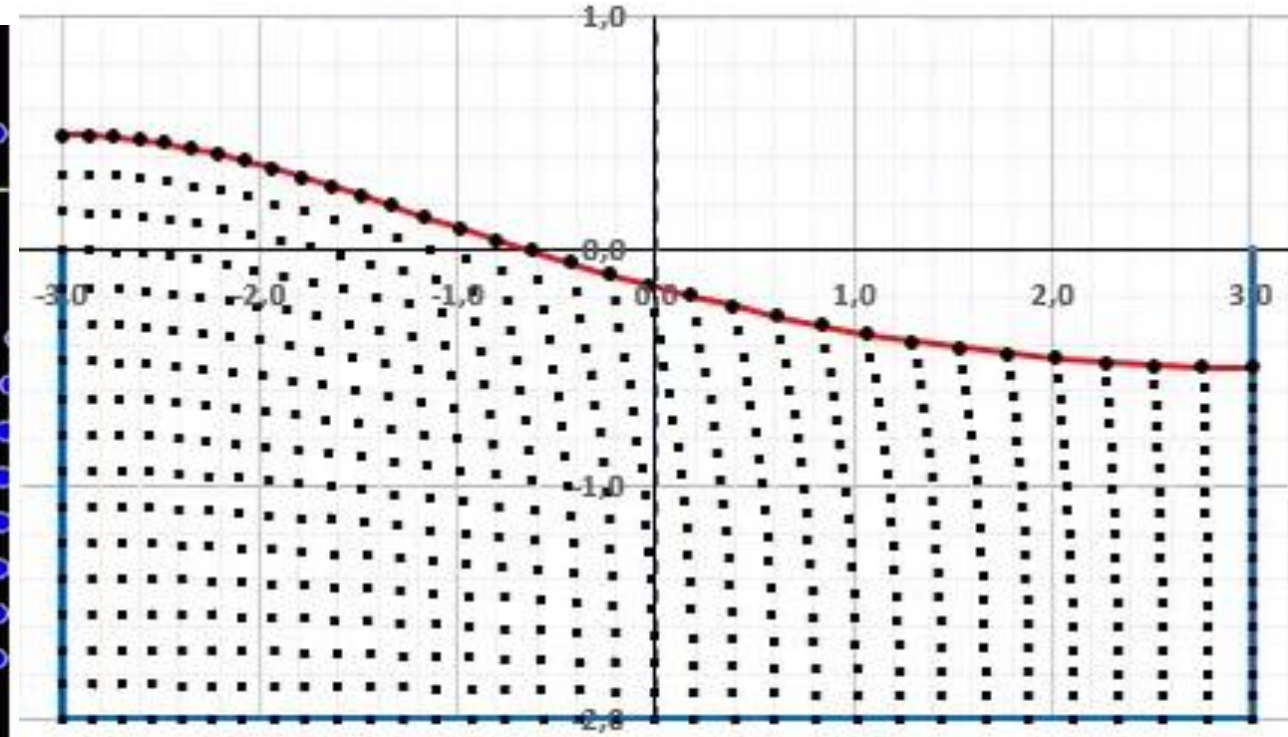


Fase de $\pi/2$ entre componente vertical e horizontal

Ondas sísmicas de Rayleigh vs Sloshing

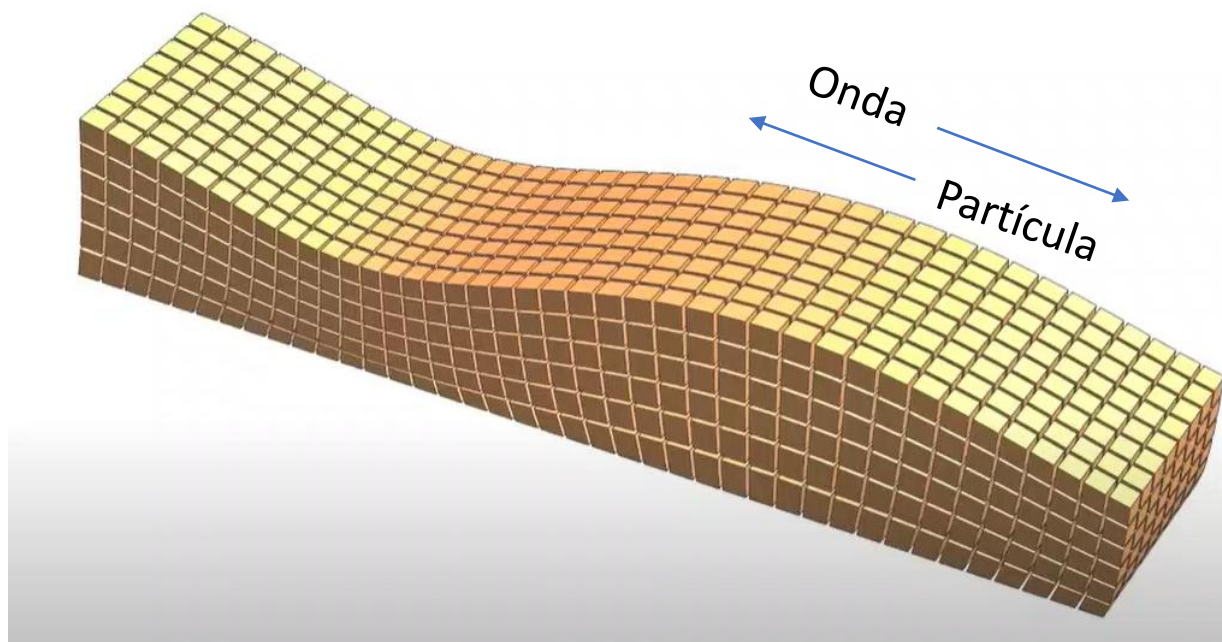


Modal complexa –Onda viajante
Precisa cisalhamento



Modal Clássica – Onda estacionária
Precisa gravidade

Movimento elíptico retrogrado das ondas sísmicas de Rayleigh



Suspeito #2: Os Sinos

- Agente:** O movimento pendular dos sinos e em menor medida o impacto de seus badalos.

- Mecanismo:**

- Forças Dinâmicas Diretas:** As massas dos sinos em movimento geram forças desbalanceadas consideráveis que são transmitidas diretamente à torre sineira.

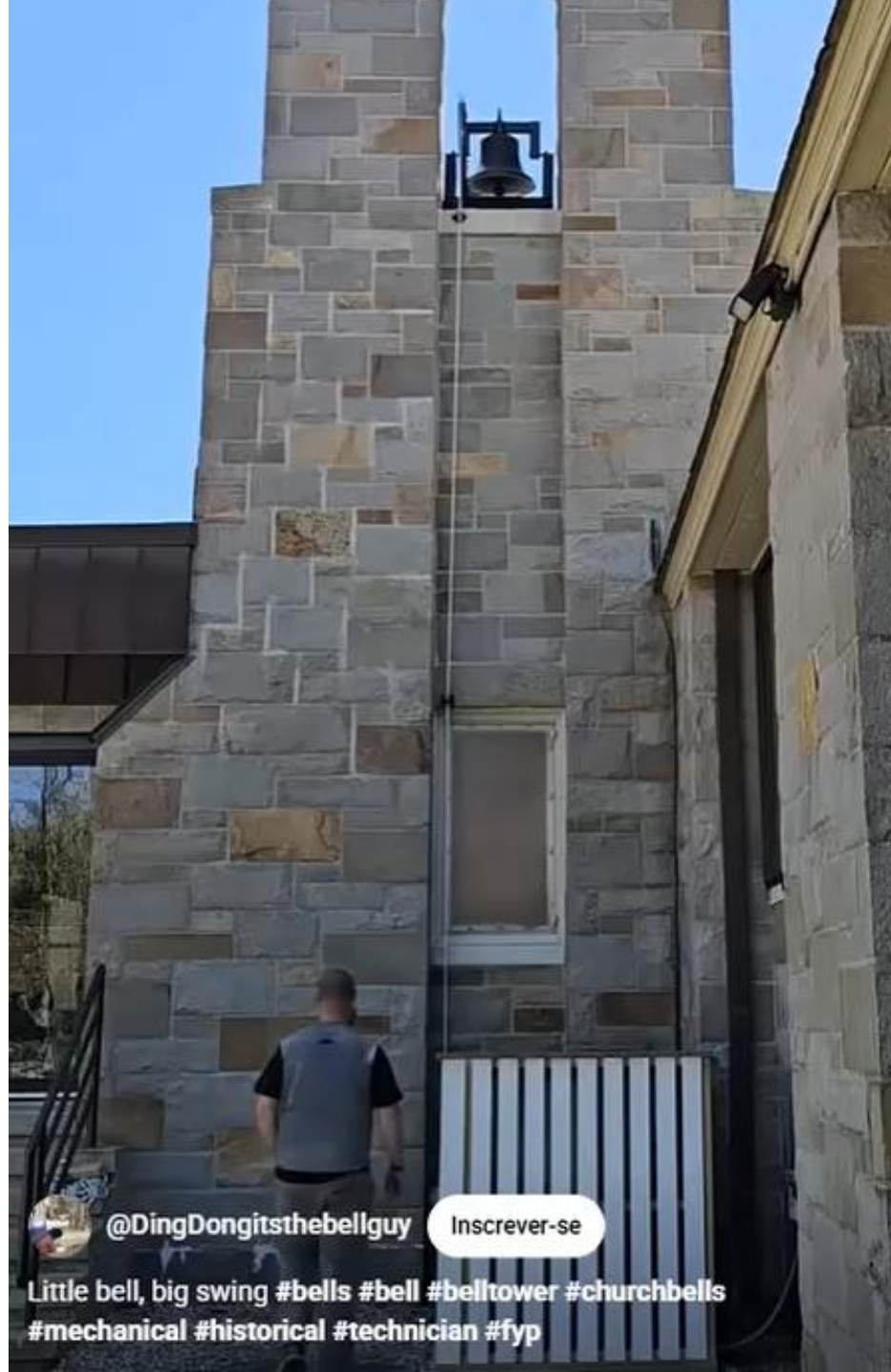
- Ressonância:** O perigo é quando a frequência de balanço ou de batida dos sinos se aproxima das frequências naturais da torre, amplificando drasticamente as vibrações.

- Fadiga de Conexões:** Esforços repetidos em pontos de fixação dos sinos.

- Patologias Típicas:** Fissuras concentradas na torre (especialmente nos apoios dos sinos), desprendimento de elementos na torre, deterioração de argamassas e conexões metálicas/de madeira.

Sinos estáticos não interessam





@DingDongisthebellguy

Inscrever-se

Little bell, big swing #bells #bell #belltower #churchbells
#mechanical #historical #technician #fyp

Automático



Amplitude de oscilação $\sim 30^\circ$



Amplitude de oscilação $\sim 90^\circ$



Amplitude de oscilação $\sim 360^\circ$



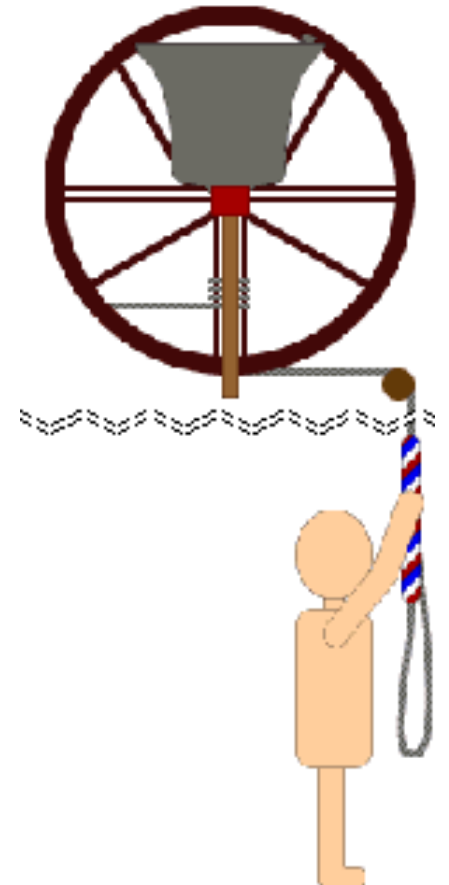
Espanha

Amplitude de oscilação ~ 180°



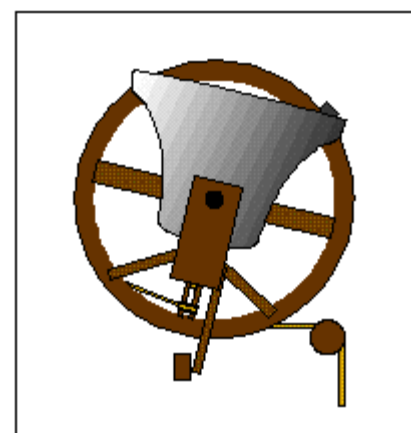
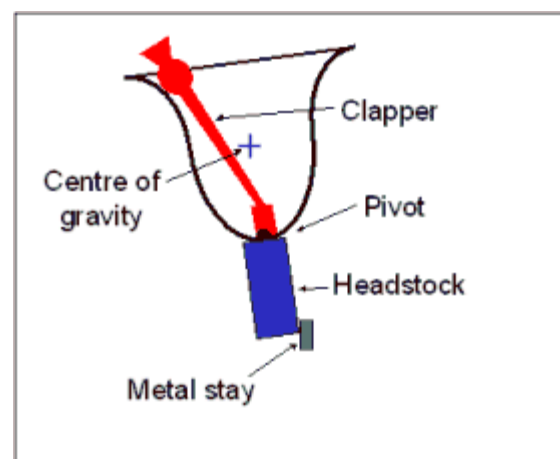
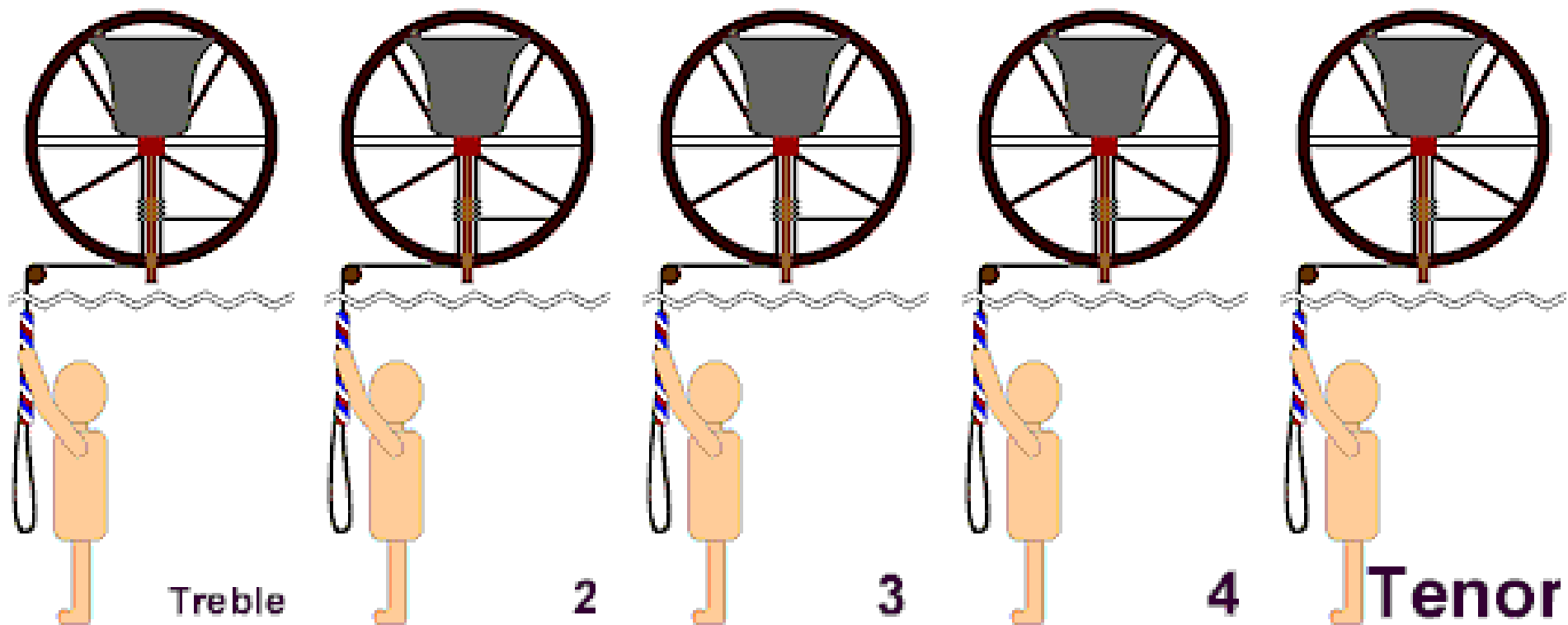
Bologna

Amplitude de oscilação $\sim 180^\circ$





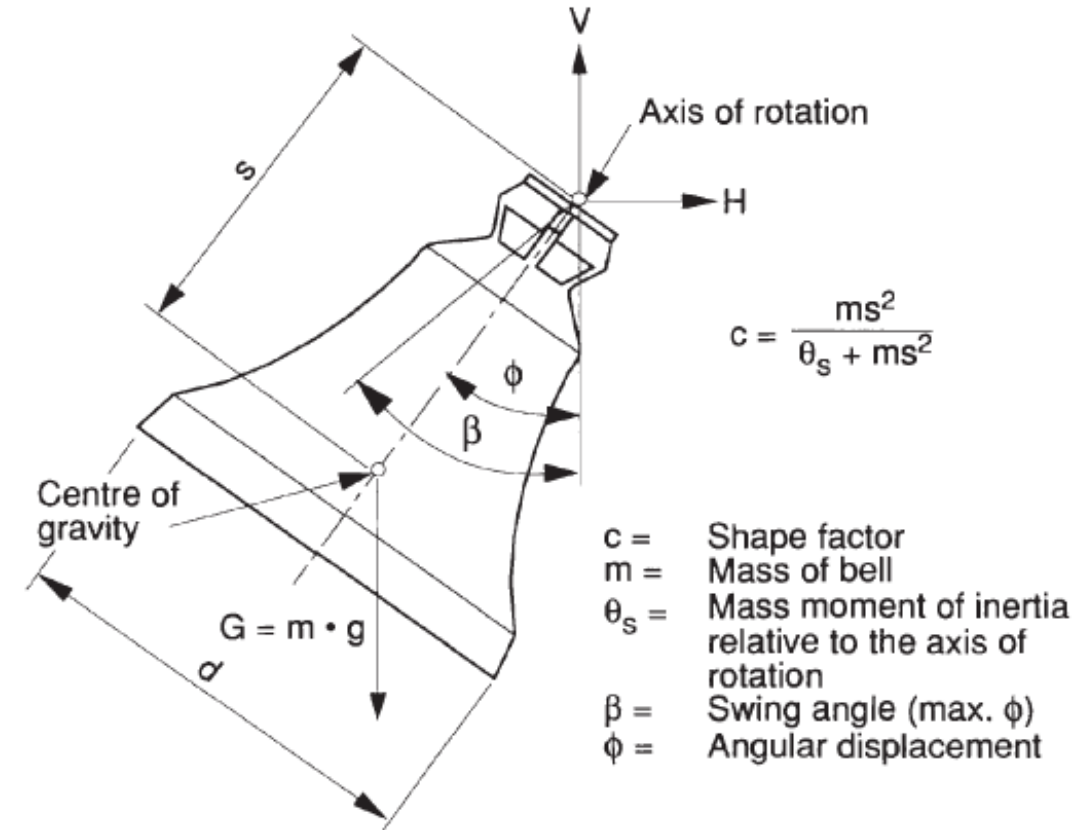




Sinos (Hugo Bachmann e DIN 4178)

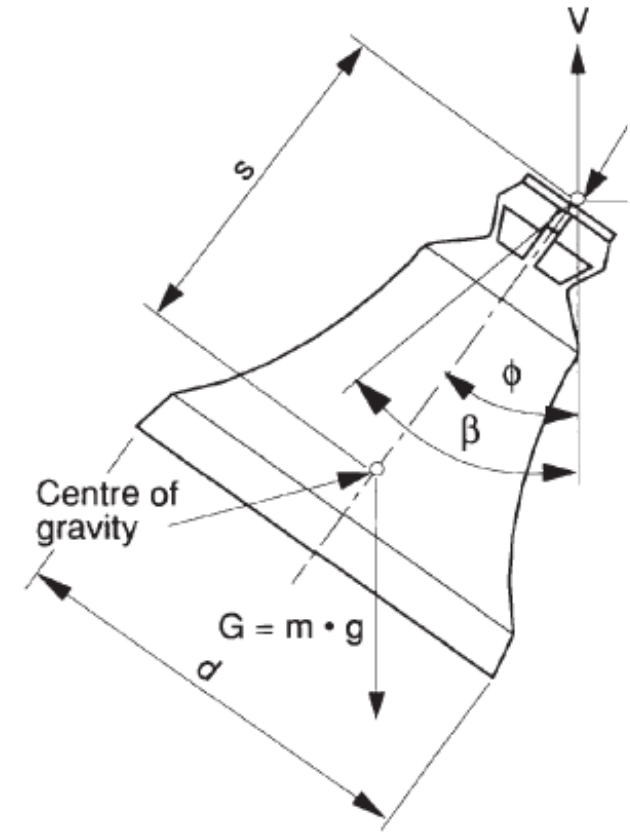
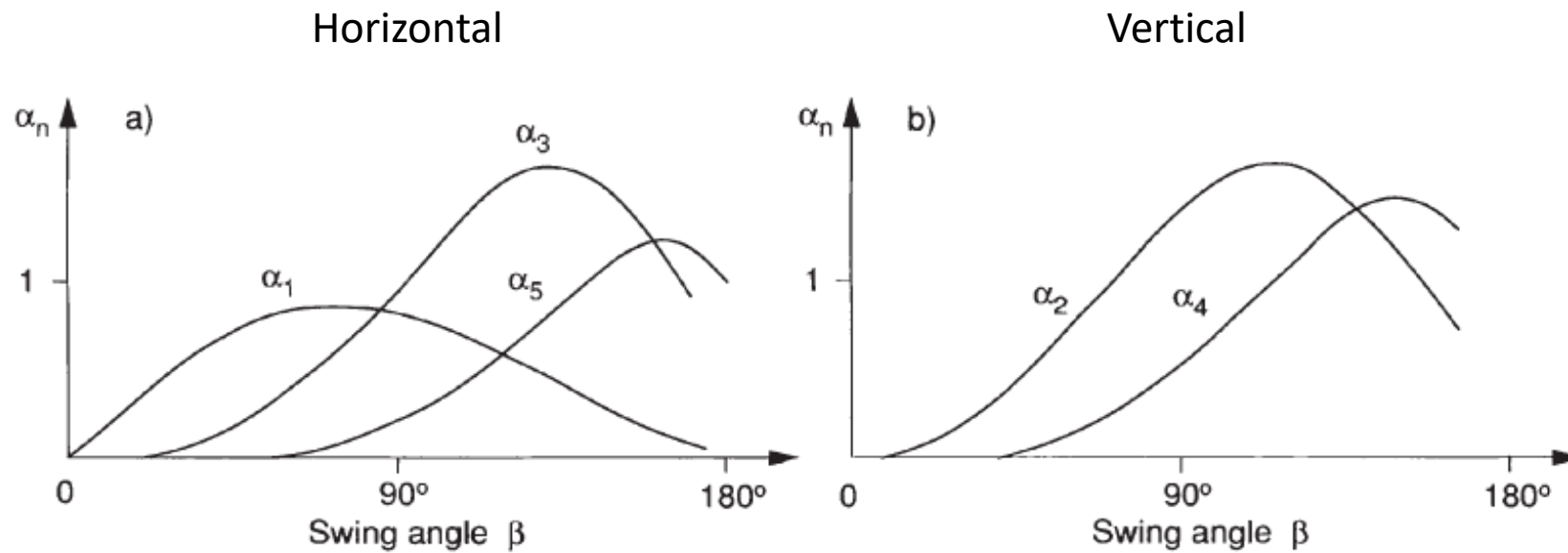
- bell diameter d
- weight of bell G
- swing angle β
- shape factor c
- clapper rate (equal to the strike rate)
- strike rate N : Bells are often used in the range between musical notes $b = b^o$ with 42 impacts/min. and e'' with about 68 impacts/min. To account for inadequate maintenance of bell ringing controls, the strike rate used for calculations is varied by ± 3 impacts/min.
- swing rate n : Number of bell swings per minute equal to $n = N/2$ [min^{-1}]; then $\omega = \pi \cdot n/30$ [s^{-1}];
- swing frequency $f = n/60 = N/120$ [Hz].

The swing angle β is the maximum angular displacement ϕ . For $\phi > \sim 7^\circ$ the motion is no longer harmonic, yet it is still periodic. In England, swing angles of 360° are common, in Germany 70° to 80° , in Europe generally 80° to 110° , in the USA up to 160° . The bell suspension usually consists of a straight yoke in order to achieve a large Doppler effect.

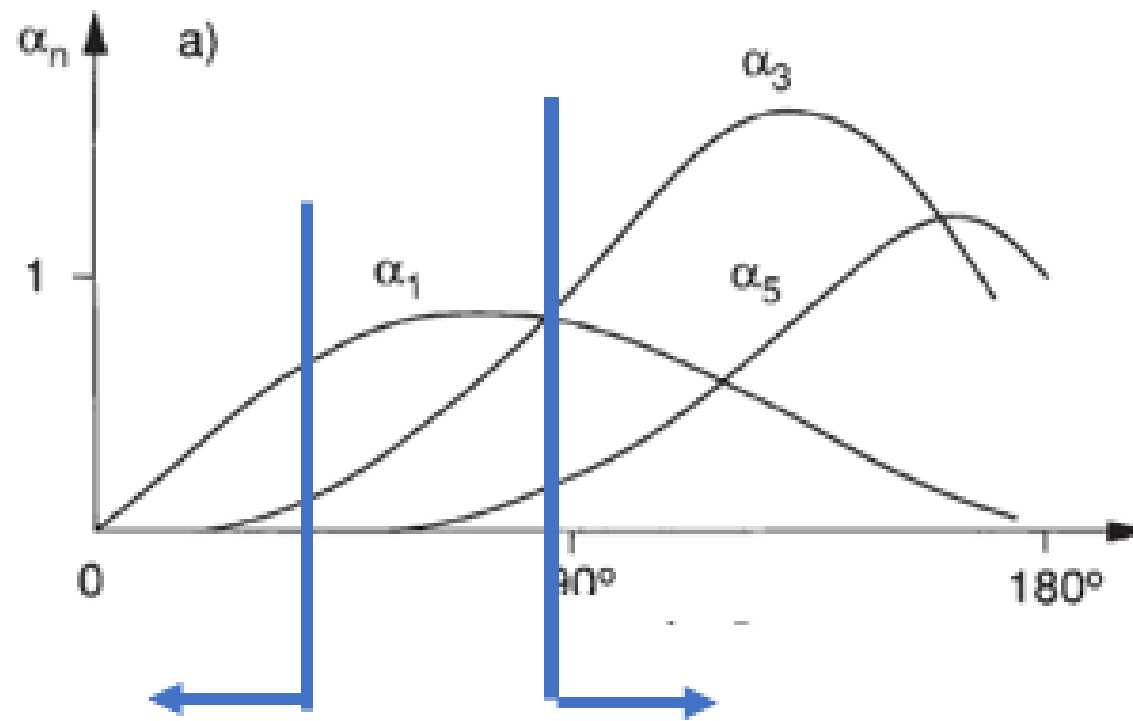


Sinos (Hugo Bachmann e DIN 4178)

**Coeficiente de Fourier por unidade de peso em função,
fator de forma e ângulo d rotação total:**

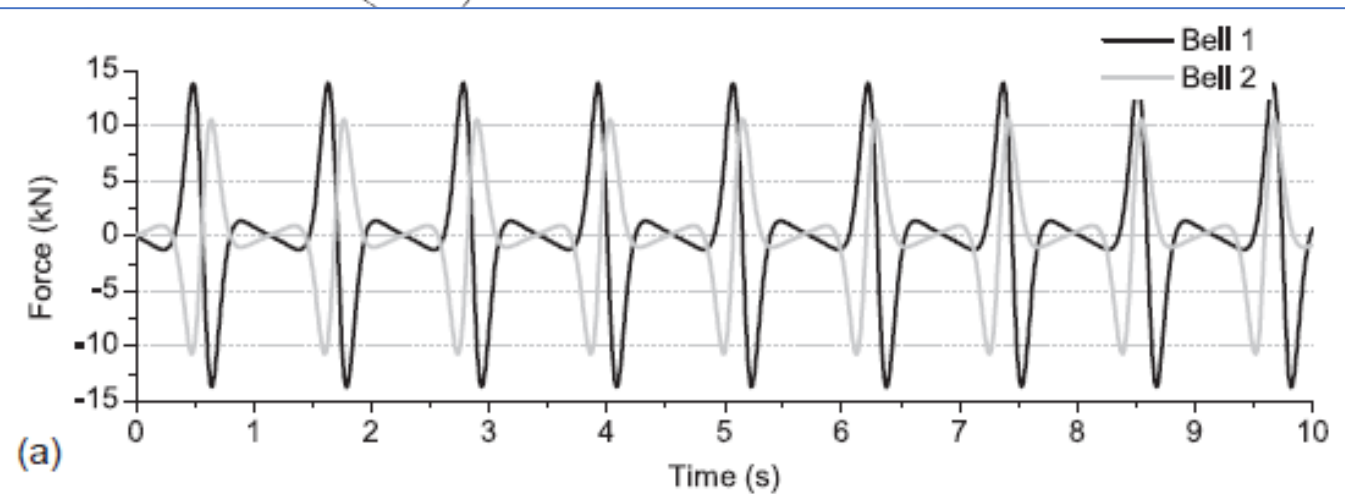
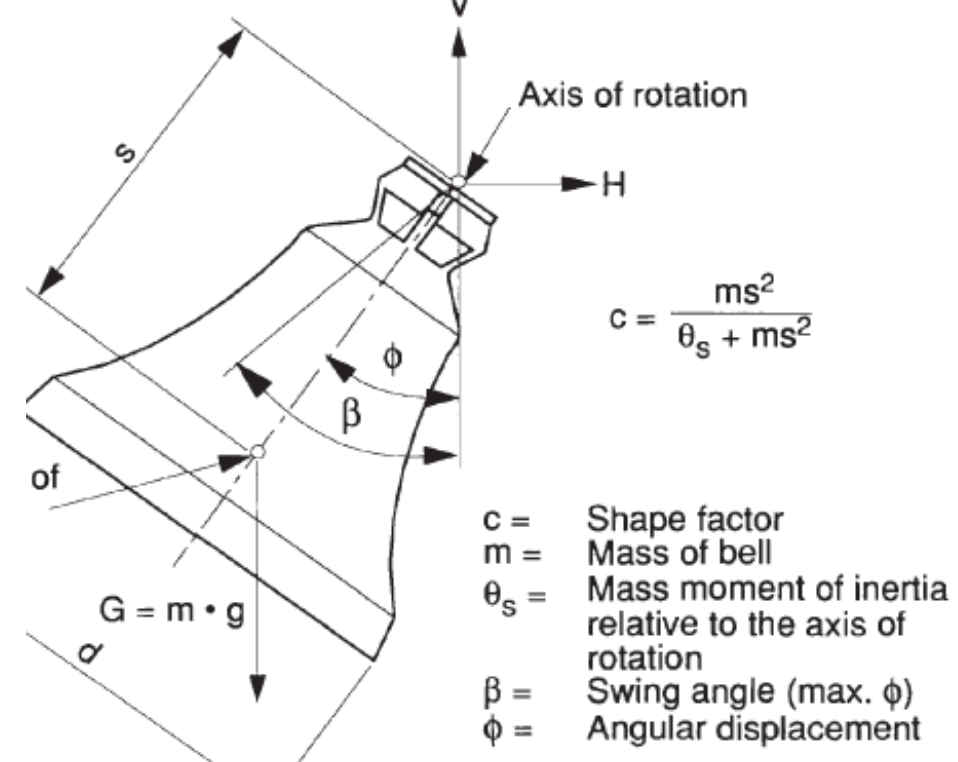


*Figure 2.8: Normalized force amplitudes of the harmonics of the force-time function from bell ringing:
a) horizontal forces, b) vertical forces*



Dominado por
Harmônico 1
(Quase
pêndulo)

Dominado por
Harmônico 3



(3) Conclusões dos mecanismos de dano induzido
por efeitos dinâmicos

Voltando às formas modais críticas:



Modo 1



Modo 5

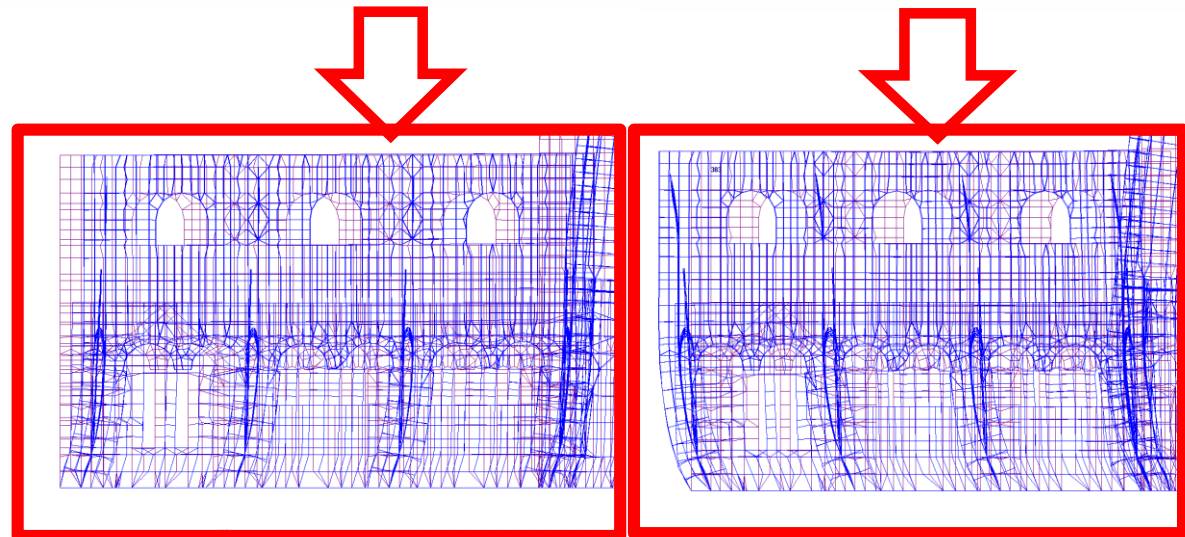
A resposta vibracional da Catedral submetida tanto às frentes de Ondas de Rayleigh induzidas pelo trânsito como aos efeitos inerciais dos sinos está pautada pelos modos próprios 1 e 5.

Ambos os modos de Vibração estão Governados pela Oscilação Frontal da Torre dos Sinos

Ambos os modos, quando excitados e amplificados induzem estados tensionais nos Arcos Centrais e nas fachadas (consistentes com as fissuras que hoje apresenta a Catedral).

Modo 1

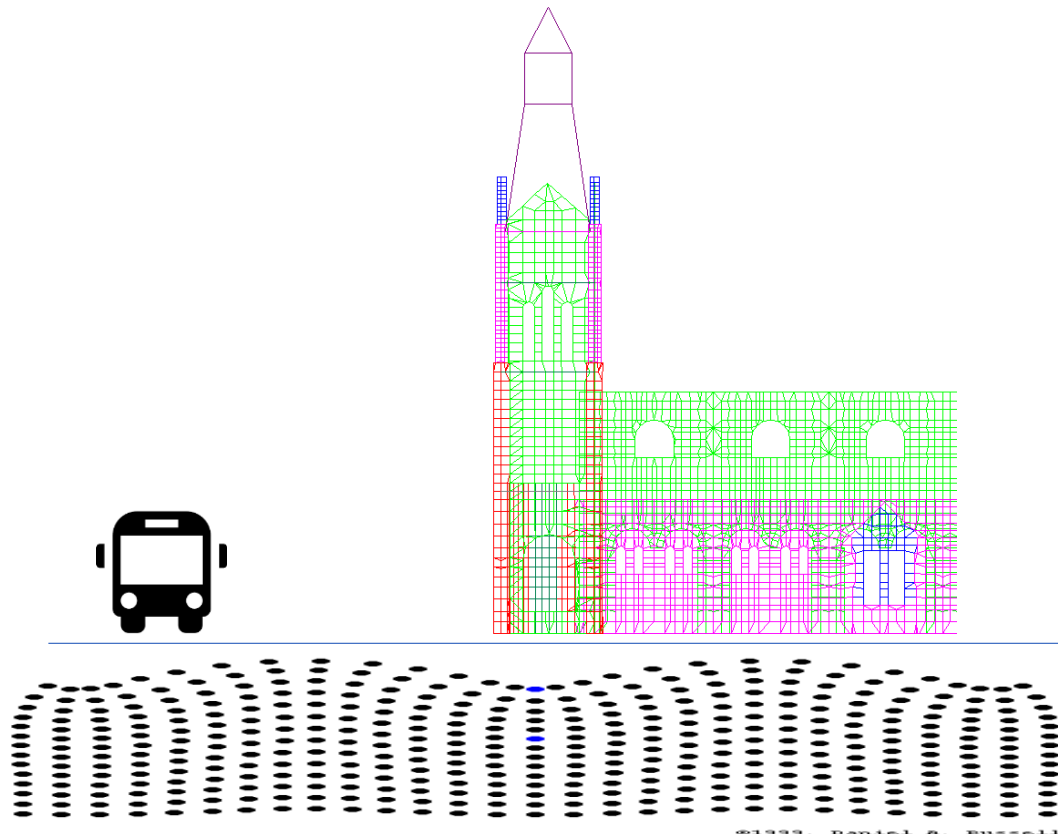
Modo 5



Resumo do Mecanismo Vibracional oriundo do trânsito (1)

(1) A passagem ou a presença de ônibus com motor ligado excita o solo gerando ondas de Rayleigh que atingem a Fundação da Catedral .

(2) A Catedral como conjunto é submetida a oscilação associada às componentes (preponderantemente as horizontais) dos frentes de Ondas de Rayleigh.



Resumo do Mecanismo Vibracional oriundo do trânsito que origina o dano estrutural na Catedral de Ribeirão Preto (3)

Modo 1

Modo 5

(3) Geram-se Forças Inerciais que provocam solicitações internas e deformações na estrutura

(4) As Forças Inerciais excitam maiormente os Modos 1 e 5 da Catedral que dependendo dos conteúdos de frequências da fonte acentuam a oscilação do topo da torre e provocam estados tensionais magnificados nos elementos frágeis da Catedral.

(4) Medidas de mitigação dos efeitos dinâmicos

Medidas de Mitigação (1)

As estratégias de mitigação de efeitos vibracionais podem sempre se classificar em procedimentos:

MITIGAÇÃO NA FONTE - Neste caso: na Rua

MITIGAÇÃO NO TRANSMISSOR- Neste caso: Barreira vibracional

MITIGAÇÃO NO RECEPTOR – Na estrutura:

**Mediante mudança das características modais
(mudança de Rigidez ou Massa ou mediante estratégias de Controle)**

MITIGAÇÃO NA FONTE - Neste caso: na Rua

Opção A) Interdição da passagem de Ônibus e veículos pesados.

Depende de decisões das autoridades públicas

Opção B) Mudança da Sub-base

Depende também de decisões das autoridades públicas e não é eficiente para casos nos quais se pretende mitigar efeitos de baixa frequência vibracional.

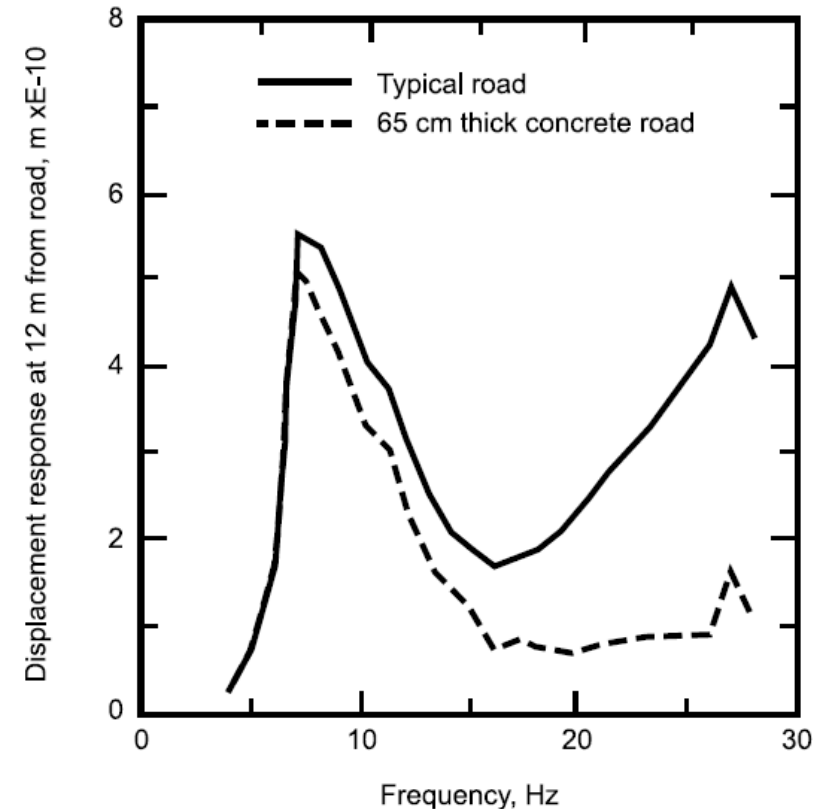
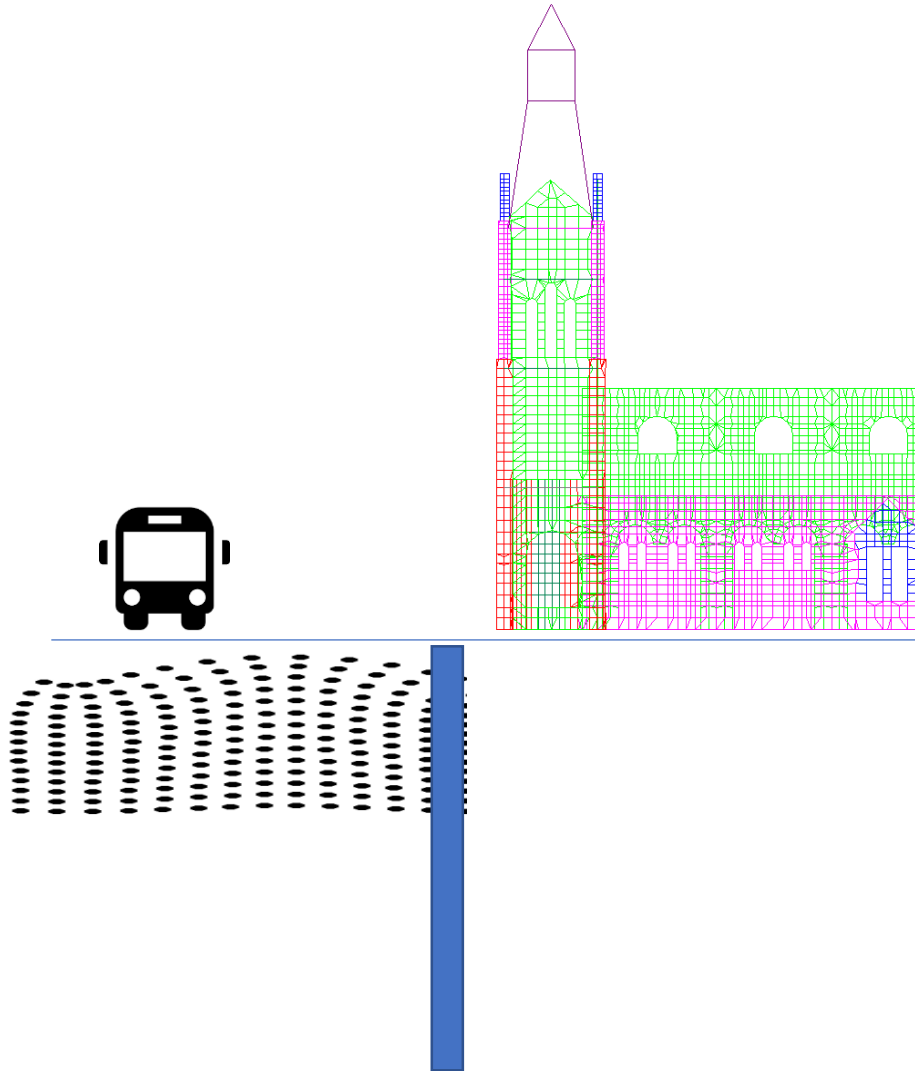


Figure 4. Effect of varying pavement stiffness on vibration levels. Stiffer road structures do not significantly decrease vibration levels at the frequencies that affect houses most (8 to 15 Hz).

MITIGAÇÃO NO TRANSMISSOR- Neste caso: Barreira vibracional



Trata-se de uma barreira de 10 a 15 metros de profundidade que pode ser uma solução muito eficiente.

Porém:

- o custo é muito elevado
- podem surgir interferências com sistemas (sanitário, eletricidade, e outros).
- os procedimentos de execução devem ser adequadamente fiscalizados para impedir o dano de grandes proporções na Catedral devido às vibrações geradas pelos equipamentos de construção.

Medidas de Mitigação (3)

MITIGAÇÃO NO RECEPTOR – (Na estrutura)

O objetivo é mudar os atributos modais da estrutura impedindo a magnificação dos efeitos vibracionais

Opção A - Mudança de Rigidez ou Massa - se vislumbra inviável já que exigiria a execução de reforços de grande porte que implicariam:

- dificuldade em preservar as características do património histórico.**
- impacto funcional durante a execução e de grande risco para a integridade da Catedral.**
- eventualmente reforço de fundações.**
- custos elevados**

Opção B – Controle Vibracional.

No caso em questão a solução que se vislumbra como a mais vantajosa e adequada é a implementação de Amortecedores de Massa Sincronizada (TMD= Tuned Mass Dampers)

**Controle Vibracional mediante a implementação de Amortecedores de Massa Sincronizada
PODE ser uma solução**

TMD= Tuned Mass Dampers

dispositivos especialmente projetados que montados na estrutura (preferentemente nos locais de maior deslocamento modal) e sintonizados próximos à frequência natural do modo vibracional a ser atenuado entram em ressonância se movimentando na direção oposta ao deslocamento da estrutura gerando assim forças que se opõem ao deslocamento.

MECANISMO DO TMD

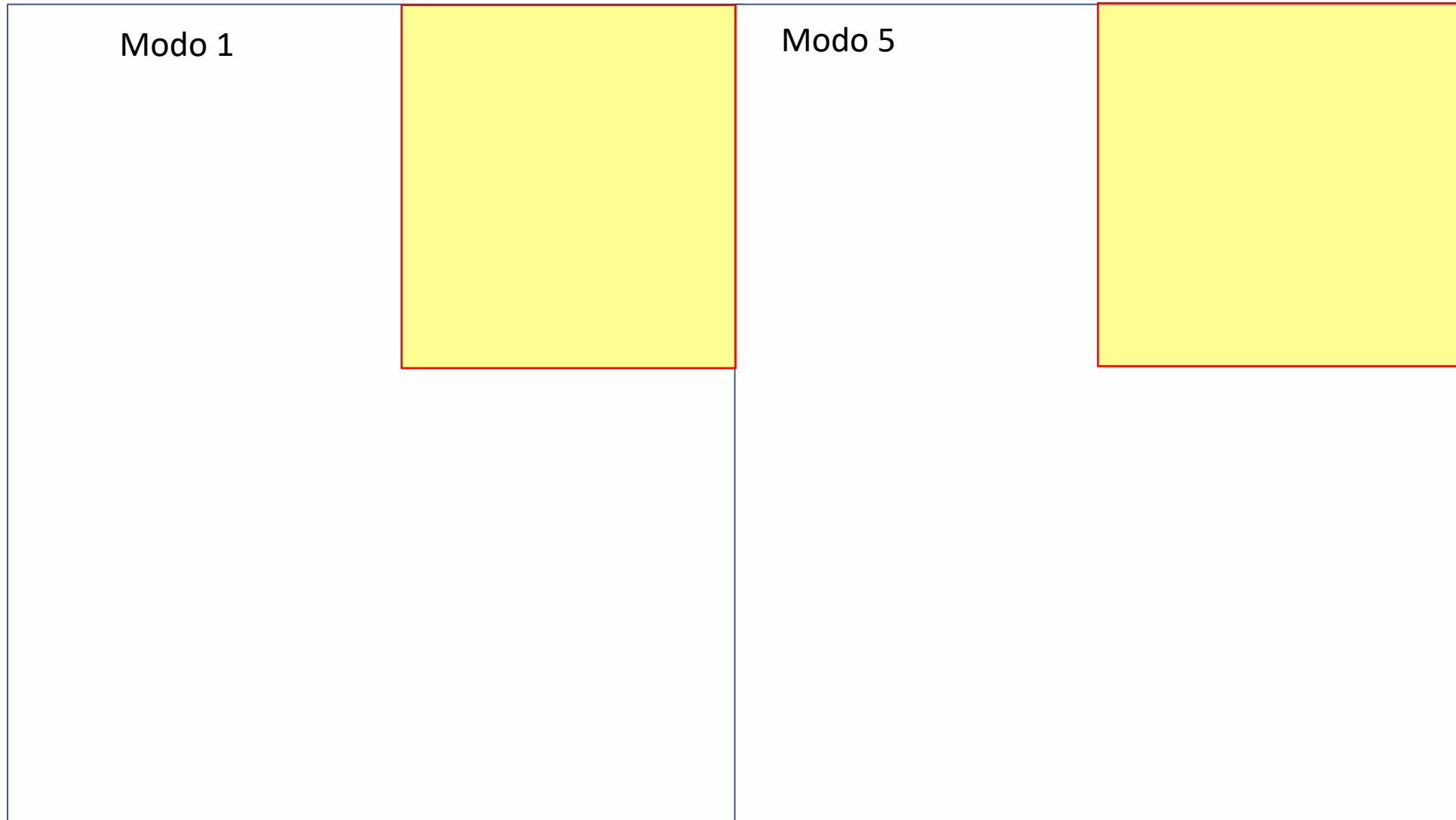
⏮ Reproduzir novamente

⏸ Ir para Biblioteca

⏪ Reproduzir lista anterior

Local de Montagem dos TMD: Na metade superior da Torre dos Sinos.

O local mais adequado, as frequências de sintonização, o Peso e a Taxa de amortecimento do projeto dos TMD dependerão do resultado de um estudo exaustivo da maneira mais adequada e da necessidade de atenuar o modo 1, o modo 5 ou ambos os modos.



Vantagens da Solução mediante a Implementação de TMD

- Se trata da solução menos invasiva e com menor impacto funcional.**
- O local da montagem na torre dos Sinos coincidem com áreas que não são de acesso público nem de valor funcional para o desempenho das atividades essenciais da Catedral.**
- O peso do TMD é uma pequena porcentagem do peso da Estrutura e não exigirá reforços de fundação da Catedral.**
- O TMD ou os TMD's se forem adequadamente concebidos poderão ser elevados mediante o mesmo mecanismo de elevação dos sinos e pelos mesmos furos nas lajes intermediárias.**
- O TMD poderá ser adaptado também para atenuar as vibrações induzidas pelos sinos.**

OBRIGADO

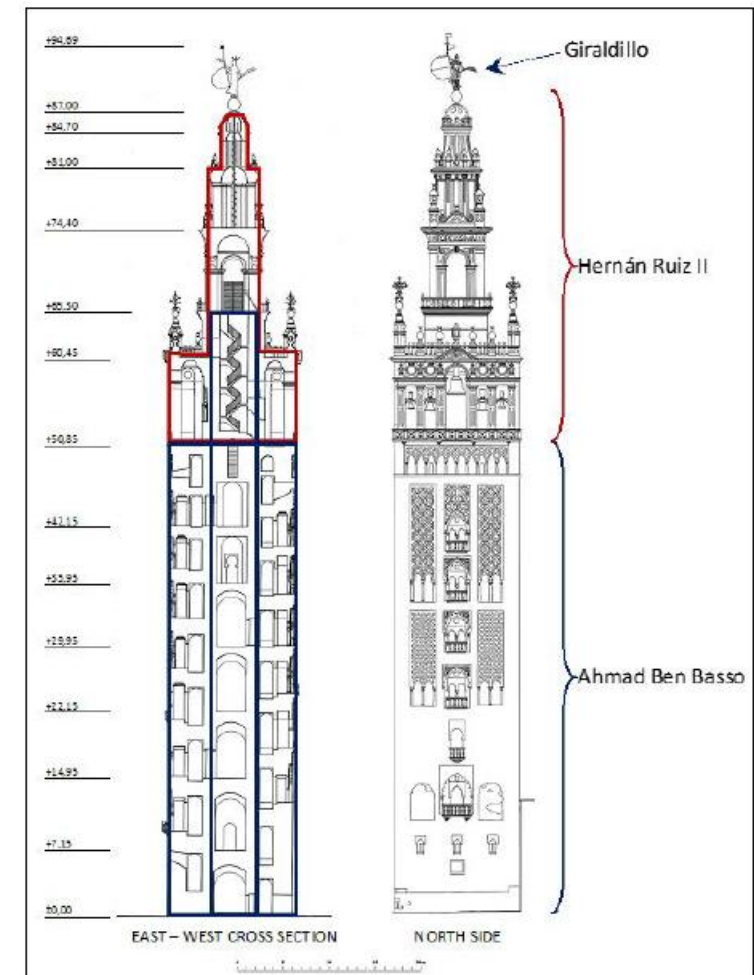
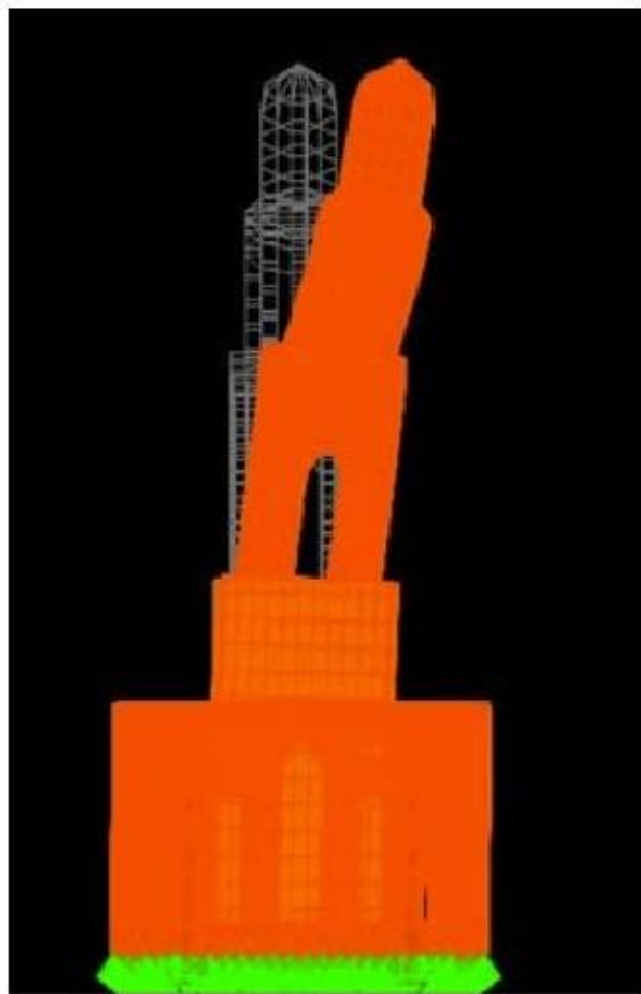
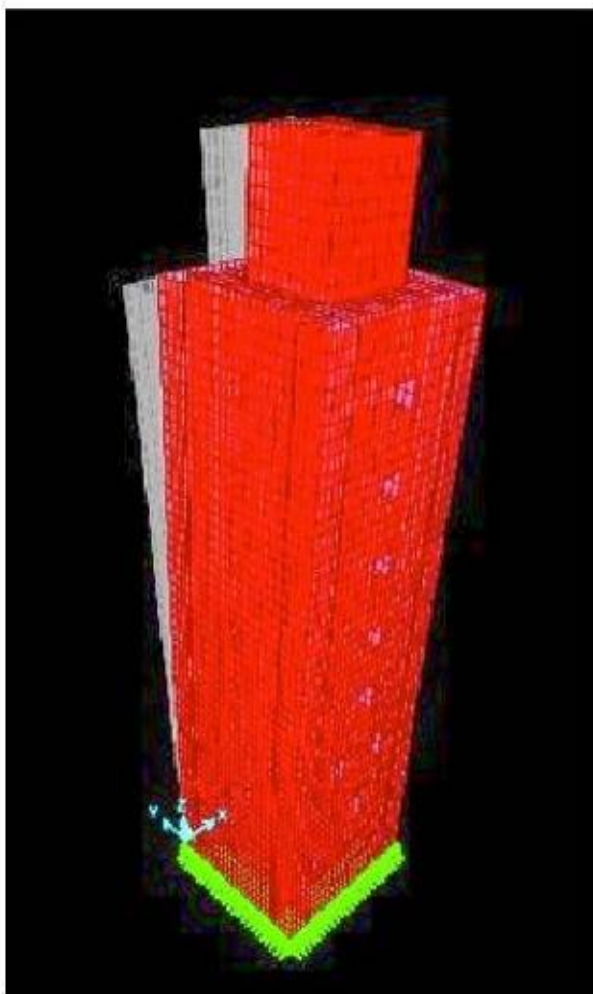


A Giralda da Catedral de Sevilha (Espanha) - Efeitos dos Sinos

A **Giralda**, a famosa torre sineira da Catedral de Sevilha, é um dos exemplos mais estudados de estruturas históricas sujeitas a danos dinâmicos. Embora a torre tenha uma história de desafios sísmicos (como o terremoto de Lisboa de 1755), a **ação dos sinos** ao longo dos séculos tem sido um fator persistente de preocupação:

Mecanismo: Os 24 sinos da Giralda, alguns com várias toneladas, são





We cannot forget that the bell tower is a double tube structure with solid brick walls. For calculation purposes, we are going to consider mud brick masonry with lime mortar, with the following characteristics:

- Density (γ): $17,50 \text{ kN} / \text{m}^3$.
- Modulus of elasticity (E) = $1,5 \cdot 10^6 \text{ kN} / \text{m}^2$.
- Poisson's Ratio (ν) = 0,2.

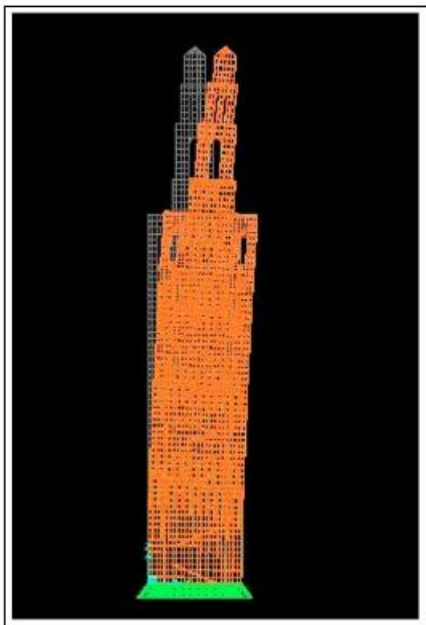


Figure 12: Fundamental Period of Vibration, According To the Model Developed By Doctor Cobreros Vime, For the Entire Set of the Bell Tower ($T_1 = 1.9$ Seconds) [23].

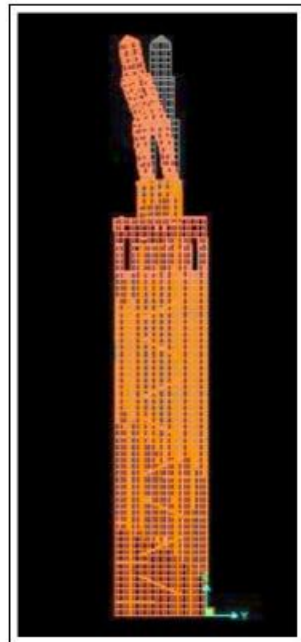
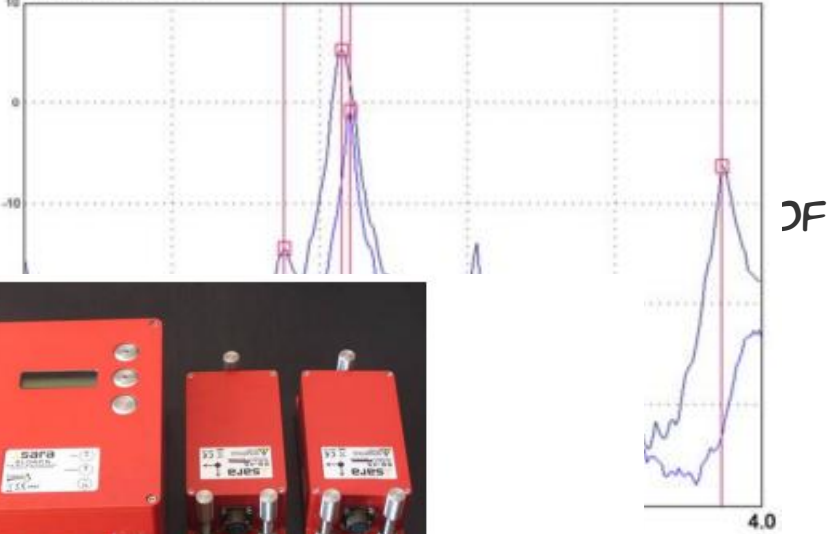


Figure 14: Third Period of Vibration, According to the Model Developed by Doctor Cobreros Vime, for the Entire Set of the Bell Tower ($T_3 = 0.7$ Seconds) [23].

THE TRADITIONAL COLLABORATION BETWEEN POLITECNICO DI MILANO AND VENERANDA FABBRICA DEL DUOMO DI MILANO™ THE HISTORIC INSTITUTION ESTABLISHED BY GIAN GALEAZZO VISCONTI IN 1387 AND HAVING IN CHARGE ALL OPERATIONAL ASPECTS RELATED TO THE MILAN CATHEDRAL SINCE MORE THAN 600 YEARS™RECENTLY FOCUSED ON THE DESIGN AND INSTALLATION OF A STRUCTURAL MONITORING SYSTEM WITH

THE OBJECTIVE OF STRUCTURAL MAINTENANCE THROUGH THE CONTINUOUS MONITORING OF THE CURRENT STATE

MONITORING OF DIFFERENTIAL STATISTICAL BIAXIAL MONITORING OF PARAMETRIC RESPONSE MAIN CHARACTERISTICS OF CATHEDRAL MONITORING OF VIBRATIONAL MODAL FREQUENCIES



OF THE HISTORIC MILAN CATHEDRAL MONITORING THE DYNAMIC BEHAVIOR IN THE



The Milan Cathedral's modal shapes, particularly those related to its dynamic behavior, have been extensively studied through structural monitoring. These studies reveal that the cathedral exhibits a complex dynamic response, with various modes of vibration influenced by factors like temperature and wind. Modal analysis, using data from a network of sensors, helps in understanding the cathedral's structural health and identifying potential anomalies.

Figure 9: View of the seismometers and recorders to be installed in the Milan Cathedral [12, 13-14].

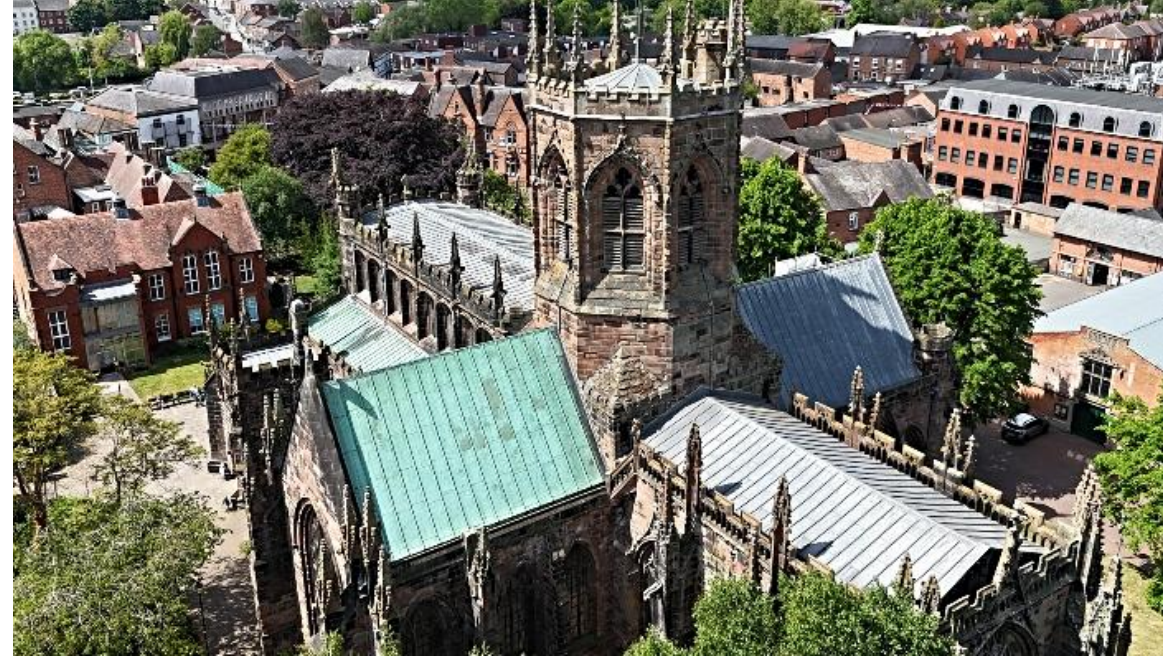
FREQUENCIES EXHIBIT A DISTINCTIVE TREND OF VARIATION, WHICH IS MAINLY DRIVEN BY TEMPERATURE (C) THE MORE

Igreja de St. Mary, Nantwich, Cheshire, Reino Unido:

- Esta igreja medieval, com sua torre imponente, é um exemplo clássico. O toque dos sinos, particularmente os do tipo "full-circle ringing" (onde o sino gira 360 graus), induz forças dinâmicas consideráveis.

- Deterioração:** A torre desenvolveu **fissuras significativas e generalizadas** na alvenaria, atribuídas em grande parte às forças repetitivas e ressonância induzidas pelos sinos. A condição estrutural se tornou uma preocupação séria.

- Intervenção:** Foi necessário realizar um extenso projeto de reforço estrutural, incluindo o uso de barras de aço e injeções de argamassa para estabilizar a alvenaria. Em vários momentos, o toque dos sinos teve que ser **suspenso ou severamente restringido** para permitir os reparos e evitar mais danos.



Frequência Natural da suspensão de um veículo:
0.5 Hz a 3 Hz.

- Caminhões carregados: 0.5 Hz a 1.5 Hz
- Caminhões vazios: 1.5 Hz a 3 Hz
- Ônibus: 0.8 Hz a 1.5 Hz

4.Faixas Típicas de Frequência Natural para Ônibus:

- Os engenheiros geralmente projetam as suspensões de ônibus para que suas frequências naturais de oscilação vertical fiquem na faixa de **0.8 Hz a 1.5 Hz**. O objetivo é mantê-la o mais próximo possível de 1 Hz.

Em resumo, a suspensão de um ônibus é sofisticada e projetada para oferecer o máximo conforto aos passageiros, mantendo a frequência de vibração dentro de uma faixa estreita e baixa, principalmente através do uso de sistemas de suspensão a ar que se adaptam à variação da carga.

A frequência de vibração da suspensão de um caminhão não é um valor único e fixo; ela varia significativamente dependendo de vários fatores, sendo os mais importantes o **peso da carga** e o **tipo de suspensão**.

Quando falamos da "frequência de vibração da suspensão" de um veículo, geralmente estamos nos referindo à sua **frequência natural** (ou frequências naturais dos modos de vibração do veículo como um todo), que é a frequência na qual o sistema (massa do caminhão sobre as molas da suspensão) tende a oscilar quando excitado.

Aqui estão os pontos chave:

1.Dependência da Carga (Massa):

- Caminhão Vazio (sem carga):** As molas da suspensão são relativamente rígidas para suportar grandes cargas. Quando o caminhão está vazio, essa rigidez, combinada com uma massa menor, resulta em uma **frequência natural mais alta**. Isso geralmente se traduz em uma viagem mais "áspera" e "pulante", pois as oscilações são mais rápidas e com menos amortecimento perceptível.
- Caminhão Carregado (com carga máxima):** Com o peso da carga, a massa sobre as molas aumenta significativamente. Embora as molas ainda sejam rígidas, o aumento massivo da massa faz com que a **frequência natural diminua**. Isso leva a uma viagem geralmente mais suave e "flutuante", pois as oscilações são mais lentas.

2.Tipo de Suspensão:

- Molas de Lâmina (feixe de molas):** Comuns em caminhões, tendem a ter uma rigidez mais linear e as características de vibração são mais diretamente ligadas à carga.
- Suspensão a Ar:** Oferece maior flexibilidade. Sistemas de suspensão a ar podem ajustar automaticamente a rigidez (e, portanto, a frequência natural) para manter uma altura constante e otimizar o conforto e a estabilidade independentemente da carga, visando manter as frequências dentro de uma faixa mais confortável.
- Molas Helicoidais:** Menos comuns em caminhões pesados, mas presentes em alguns veículos comerciais leves.

3.Faixas Típicas de Frequência Natural:

- Para a maioria dos veículos (incluindo caminhões), as frequências naturais da suspensão geralmente ficam na faixa de **0.5 Hz a 3 Hz**.
- Caminhões carregados:** Podem operar na faixa mais baixa, talvez entre **0.5 Hz e 1.5 Hz**, buscando um conforto aceitável e minimizando a transmissão de vibrações para a carga (para evitar danos).
- Caminhões vazios:** As frequências podem subir para **1.5 Hz a 3 Hz** ou até mais, resultando em uma experiência de condução menos confortável.

4.Amortecimento:

- Os amortecedores (amortecedores de choque) não alteram a frequência natural, mas dissipam a energia das vibrações, controlando a amplitude e a duração das oscilações. Um bom amortecimento é crucial para a estabilidade e o conforto.

Em resumo, a frequência de vibração da suspensão de um caminhão é um parâmetro dinâmico, fortemente influenciado pela carga. Os engenheiros projetam a suspensão para que o caminhão tenha um bom desempenho (conforto, estabilidade, proteção da carga) dentro de uma faixa aceitável de frequências sob suas condições de operação mais comuns (geralmente, quando carregado).

Assim como nos caminhões, a frequência de vibração da suspensão de um ônibus também **não é um valor único e fixo** e depende de diversos fatores. No entanto, há uma diferença crucial: o **conforto dos passageiros** é a prioridade máxima no projeto da suspensão de um ônibus.

Aqui estão os pontos importantes:

1.Prioridade: Conforto do Passageiro

- Para garantir uma viagem confortável, os engenheiros de ônibus visam manter a frequência natural da suspensão dentro de uma faixa muito específica e mais baixa.
- A faixa de frequência ideal para o conforto humano em veículos é geralmente em torno de **1 Hz (ou seja, uma oscilação por segundo)**. Frequências significativamente mais altas (> 2 Hz) resultam em uma viagem "dura" e "nervosa", enquanto frequências muito baixas (< 0.5 Hz) podem causar enjoo de movimento.

2.Tipo de Suspensão Predominante: Suspensão a Ar

- Diferente de muitos caminhões que usam molas de lâmina, a **suspensão a ar** é quase um padrão em ônibus modernos.
- Vantagens da Suspensão a Ar para Ônibus:**
 - Controle da Frequência Natural:** Os sistemas de suspensão a ar podem variar sua rigidez (a pressão do ar nos foles) para compensar a mudança de carga (número de passageiros). Isso permite que a frequência natural da suspensão seja mantida relativamente constante, próxima do ideal de 1 Hz, independentemente de o ônibus estar vazio ou lotado.
 - Manutenção da Altura do Veículo:** A suspensão a ar também permite que o ônibus mantenha uma altura constante em relação ao solo, o que é importante para o acesso dos passageiros (inclusive com rebaixamento para embarque/desembarque) e para a aerodinâmica.
 - Amortecimento Melhorado:** Em conjunto com os amortecedores, proporciona uma absorção de impactos superior e um melhor controle do movimento da carroceria.

3.Variação da Carga (Passageiros):

- Mesmo com suspensão a ar, a massa do veículo muda significativamente entre um ônibus vazio e um ônibus lotado. A capacidade da suspensão a ar de ajustar a rigidez é o que permite que a frequência natural permaneça na faixa de conforto.
- Ônibus urbanos, com suas constantes paradas e arranques, podem ter exigências dinâmicas ligeiramente diferentes de ônibus rodoviários, mas o princípio de conforto permanece.

4.Faixas Típicas de Frequência Natural para Ônibus:

- Os engenheiros geralmente projetam as suspensões de ônibus para que suas frequências naturais de oscilação vertical fiquem na faixa de **0.8 Hz a 1.5 Hz**. O objetivo é mantê-la o mais próximo possível de 1 Hz.

Em resumo, a suspensão de um ônibus é sofisticada e projetada para oferecer o máximo conforto aos passageiros, mantendo a frequência de vibração dentro de uma faixa estreita e baixa, principalmente através do uso de sistemas de suspensão a ar que se adaptam à variação da carga.

Clarificação Conceitual:

•Frequência Natural de uma Estrutura vs. Frequência de Onda Propagante:

- Uma **estrutura** (como um edifício, torre, ponte) tem frequências naturais de vibração (modos de vibração) que são propriedades intrínsecas da sua geometria, massa e rigidez.
- Um **solo** ou **rocha** (como o arenito) por si só não tem uma "frequência natural" fixa no sentido de uma estrutura. Em vez disso, as ondas sísmicas (incluindo as Ondas de Rayleigh) propagam-se através dele com certas **velocidades** que dependem das propriedades elásticas e da densidade do material.

•**Frequência Fundamental do Sítio (do Perfil do Solo/Rocha):** O que geralmente se refere como "frequência natural do solo" em sismologia ou engenharia sísmica é a **frequência fundamental de ressonância de um perfil de solo ou rocha estratificado**. Isso ocorre quando há uma camada mais mole (como o arenito, especialmente se for mais intemperizado ou fraturado) sobre uma camada mais rígida (como um arenito mais compacto, uma camada de rocha mais dura ou o "bedrock"). Nesse caso, o perfil do solo/rocha pode amplificar certas frequências de ondas que o atravessam, e a frequência fundamental do sítio é a mais baixa dessas frequências de ressonância.

Ondas de Rayleigh no Arenito:

As Ondas de Rayleigh são um tipo de onda sísmica de superfície que se propaga ao longo da interface de um meio elástico (como o solo ou rocha) e o ar. Elas são caracterizadas por um movimento de partículas elíptico e decaem exponencialmente com a profundidade. Sua velocidade de propagação (velocidade de fase e de grupo) é primariamente dependente da **velocidade de onda de cisalhamento (Vs)** do material, da sua densidade e do coeficiente de Poisson.

Fatores que Influenciam a Propagação e a "Frequência" no Arenito:

1.Propriedades do Arenito:

- Grau de Cementação:** Arenitos bem cementados (rocha mais dura) terão velocidades de onda (e, portanto, velocidades de Rayleigh) mais altas do que arenitos fracamente cementados ou arenitos mais "solos" (saprolito).
- Porosidade:** Arenitos mais porosos geralmente têm velocidades de onda mais baixas.
- Conteúdo de Água:** A saturação de água pode afetar a densidade e a rigidez aparente, influenciando as velocidades.
- Grau de Intemperismo e Fraturamento:** Arenitos intemperizados ou muito fraturados terão velocidades de onda significativamente menores.
- Densidade:** Um arenito mais denso, em geral, terá maiores velocidades (se a rigidez for alta).

2.Dispersão: Em um perfil de solo/rocha que consiste em camadas de arenito com diferentes propriedades (por exemplo, uma camada superficial de arenito intemperizado sobre um arenito mais compacto), as Ondas de Rayleigh exibem **dispersão**. Isso significa que a velocidade de propagação da onda de Rayleigh depende da sua **frequência (ou comprimento de onda)**. Frequências mais altas (comprimentos de onda mais curtos) "sentem" mais as camadas superficiais, enquanto frequências mais baixas (comprimentos de onda mais longos) penetram mais profundamente, sendo influenciadas pelas camadas mais rígidas em profundidade.

3.Frequência Fundamental do Sítio (Ressonância do Perfil de Arenito):

- Se você tem uma camada de arenito com uma velocidade de onda de cisalhamento Vs e uma espessura H, sobre um "bedrock" significativamente mais rígido, a frequência fundamental de ressonância do sítio (f0) pode ser estimada aproximadamente pela fórmula: $f_0 = V_s / (4H)$ (Assumindo um perfil de quarto de onda para a amplificação).
- Valores típicos de Vs para Arenito:** Podem variar drasticamente:
 - Arenito muito intemperizado ou "solo-like":** Poucas centenas de m/s (ex: 200-800 m/s).
 - Arenito compactado ou pouco intemperizado:** 800 m/s a 2000 m/s.
 - Arenito muito competente (rocha):** Acima de 2000 m/s, podendo chegar a 3000-4000 m/s.
- Exemplo:** Se você tem uma camada de arenito com 30 metros de espessura e uma Vs média de 600 m/s, a frequência fundamental do sítio seria aproximadamente $600 / (4 \cdot 30) = 5$ Hz. Se a camada tivesse 10 metros de espessura com a mesma Vs, a frequência seria 15 Hz.

Como determinar essas "frequências" para um arenito específico:

Para determinar as velocidades de onda de Rayleigh e as frequências de ressonância de um perfil de arenito em um local específico, são utilizados métodos geofísicos, sendo o mais comum a **Análise Multicanal de Ondas de Superfície (MASW)**. Esse método mede as curvas de dispersão das ondas de Rayleigh e, a partir delas, infere o perfil de velocidades de onda de cisalhamento em função da profundidade. Com esse perfil de Vs, é possível calcular a frequência fundamental de ressonância do sítio.

Em resumo, o arenito em si não tem uma "frequência natural" para as Ondas de Rayleigh. As Ondas de Rayleigh propagam-se *através* dele a velocidades que dependem de suas propriedades. No entanto, um perfil estratificado de arenito (ou arenito sobre outro material) pode ter uma **frequência fundamental de ressonância do sítio**, que é crucial para a análise de resposta sísmica local e é influenciada pelas características específicas do arenito em cada camada e suas espessuras.

