

***O CONTROLE DA RESISTÊNCIA
DO CONCRETO E A TEORIA DA
CONFIABILIDADE***

Fernando Rebouças Stucchi

São Paulo, Outubro/2010

Resumo

1. Segurança estrutural
2. Teoria da Confiabilidade e as variabilidades
3. Método semi probabilístico
4. Teoria da Confiabilidade
5. Nota sobre o efeito tempo nas deformações e nas resistências

1. A SEGURANÇA DA ESTRUTURA

1.1 Essa segurança exige:

–Confiabilidade

- » Probabilidade de ruína bastante pequena, isto é, da ordem de 1 em 1 milhão, (10^{-6})

–Dutilidade

- » Capacidade de adaptação e aviso

–Fidelidade

- » Ausência de alarme falso

–Durabilidade

- » Manutenção dessas 3 qualidades ao longo da vida útil com custo limitado

1.2 Os fatores definidores da segurança

Concepção da solução

Modelo de cálculo

Ações consideradas

Dimensionamento

Detalhamento

Execução

Operação

Manutenção

Segurança
empírica

**Segurança
analítica**

Seg. empírica

Segurança
especificada

2. A Teoria da Confiabilidade e as normas estruturais.

Métodos probabilísticos podem hoje ser usados para analisar a coerência e homogeneidade, isto é, calibrar as normas estruturais.

Para essa análise tem sido usado em geral o **método probabilístico condicionado**, onde as seções críticas estão previamente definidas, seja nas estruturas isostáticas, seja nas hiperestáticas.

Para efetuar essa análise é preciso conhecer as variáveis aleatórias a considerar e seus parâmetros estatísticos: **tipo de distribuição, média e desvio padrão, bem como o quantil do valor nominal.**

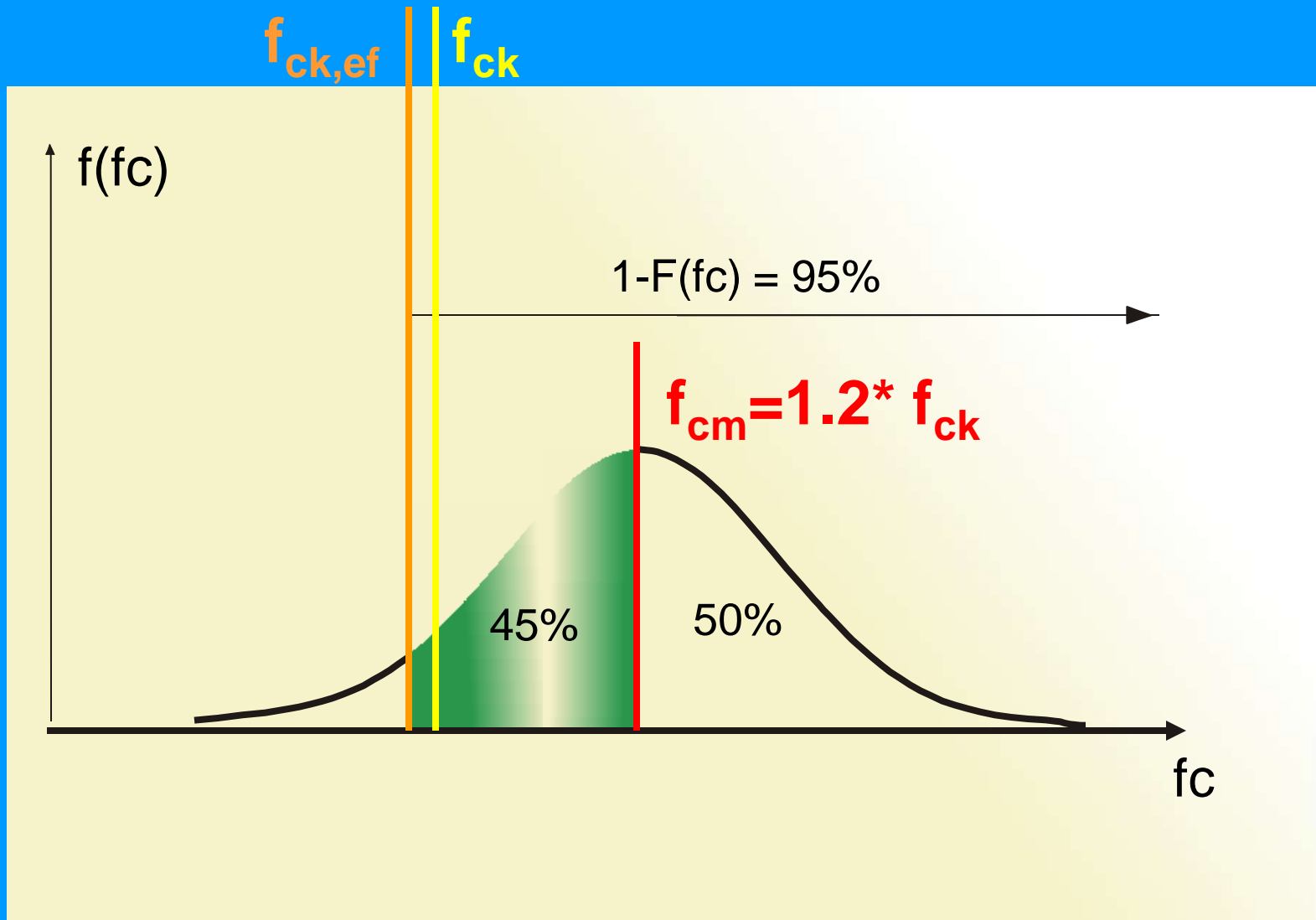
2.1. Resistência do concreto à compressão

O material recebido do fornecedor deve respeitar a resistência característica:

$f_{ck} = f_{cm}(1-1,64cv)$ onde o cv é variável, mas é da ordem de 10% entre 25 e 35MPa

Como o concreto na estrutura é diferente e mais difícil de realizar que no corpo de prova, temos pelo menos 15% de variabilidade total (difícil de avaliar) a considerar.

Define-se esse material pelo f_{ck} , viés $f_{cm}/f_{ck}=1.2$ e distribuição normal com coeficiente de variação 15%



$$f_{ck} = (1 - 1.64 * 0,1) f_{cm} = 0,836 f_{cm}$$

$$f_{ck,ef} = (1 - 1,64 * 0,15) f_{cm} = 0,754 f_{cm}$$

2.2. Resistência do concreto à tração

O material recebido do fornecedor deve respeitar a resistência característica:

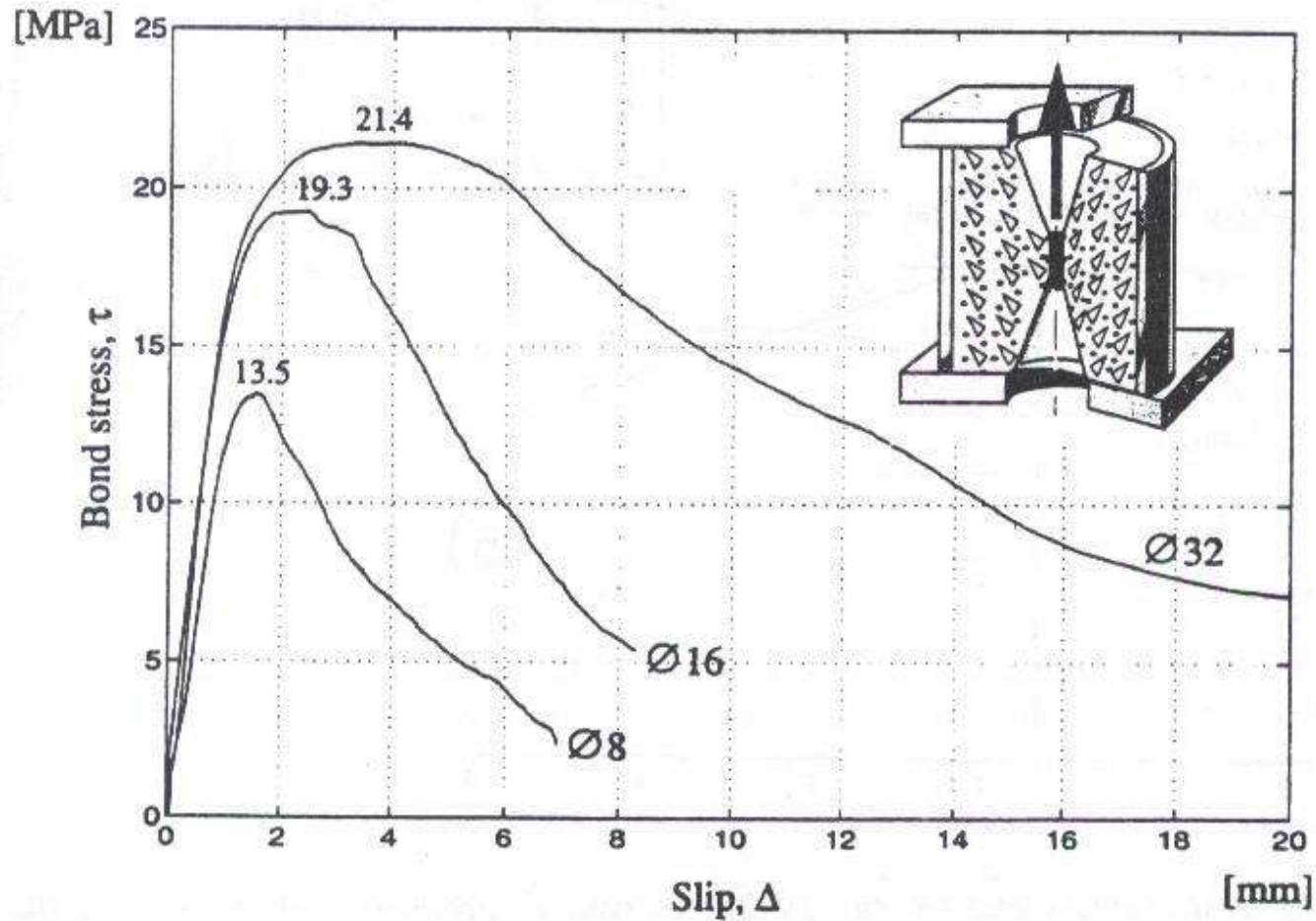
$f_{ctk} = f_{ctm}(1-1,64cv)$ onde o cv é variável, mas é da ordem de 12.5% entre 25 e 35 MPa

Como o concreto na estrutura é diferente e mais difícil de realizar que no corpo de prova, devemos considerar pelo menos 20% de coeficiente de variação total

Define-se esse material pelo f_{ctk} , viés $f_{ctm}/f_{ctk}=1.26$ e distribuição normal com coeficiente de variação 20%

2.3. Para a interação aço-concreto é preciso cuidado. Em princípio a peça de concreto armado ou protendido deve romper antes que a aderência desfaça esse material composto aço-concreto. Assim aderência, ancoragem e emenda devem ter segurança abundante.

Ensaio de aderência



2.4. Cargas Permanentes e Variáveis:

- a. Para cargas permanentes, a NBR 8681 estabelece que devem ser considerados os valores médios das respectivas distribuições, a menos de casos especiais como empuxos de terra.
- b. Para cargas variáveis em geral, ela estabelece que se tomem os valores com período médio de retorno de 140 anos. O vento é um caso especial onde se aceita PMR de 50 anos, cf NBR6123. A respectivas probabilidades de ocorrência em um ano são de 0,7% e 2,2%.
- c. Na NBR 6120, a maioria dos valores são nominais. Faltam muitos estudos estatísticos para uma melhor definição deles

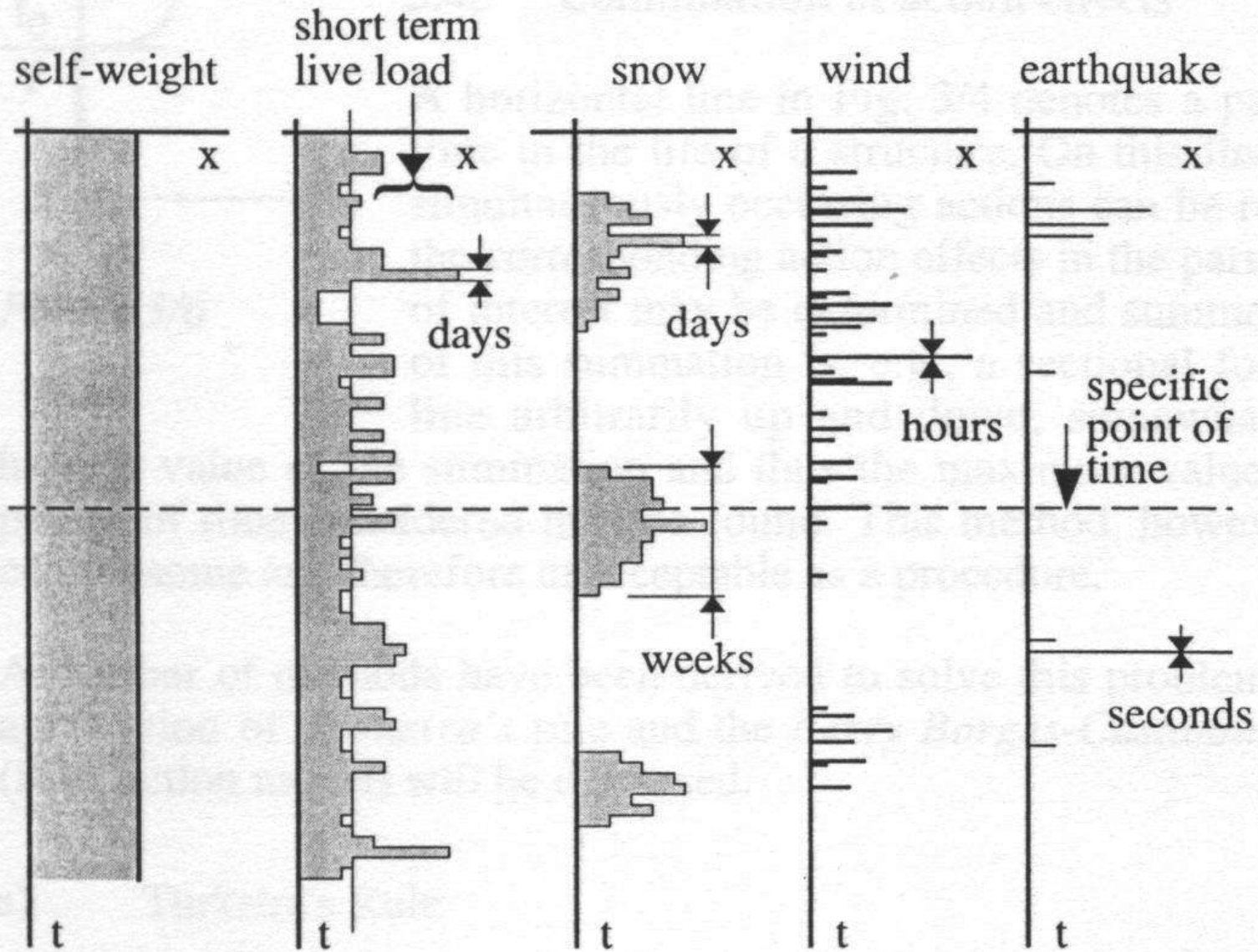


Figure 3/4

2.5. As incertezas ligadas aos modelos da cálculo também devem ser consideradas e certamente variam com o problema em estudo. Modelos racionais bem estabelecidos como o de flexão são muito diferentes de modelos empíricos como o de punção.

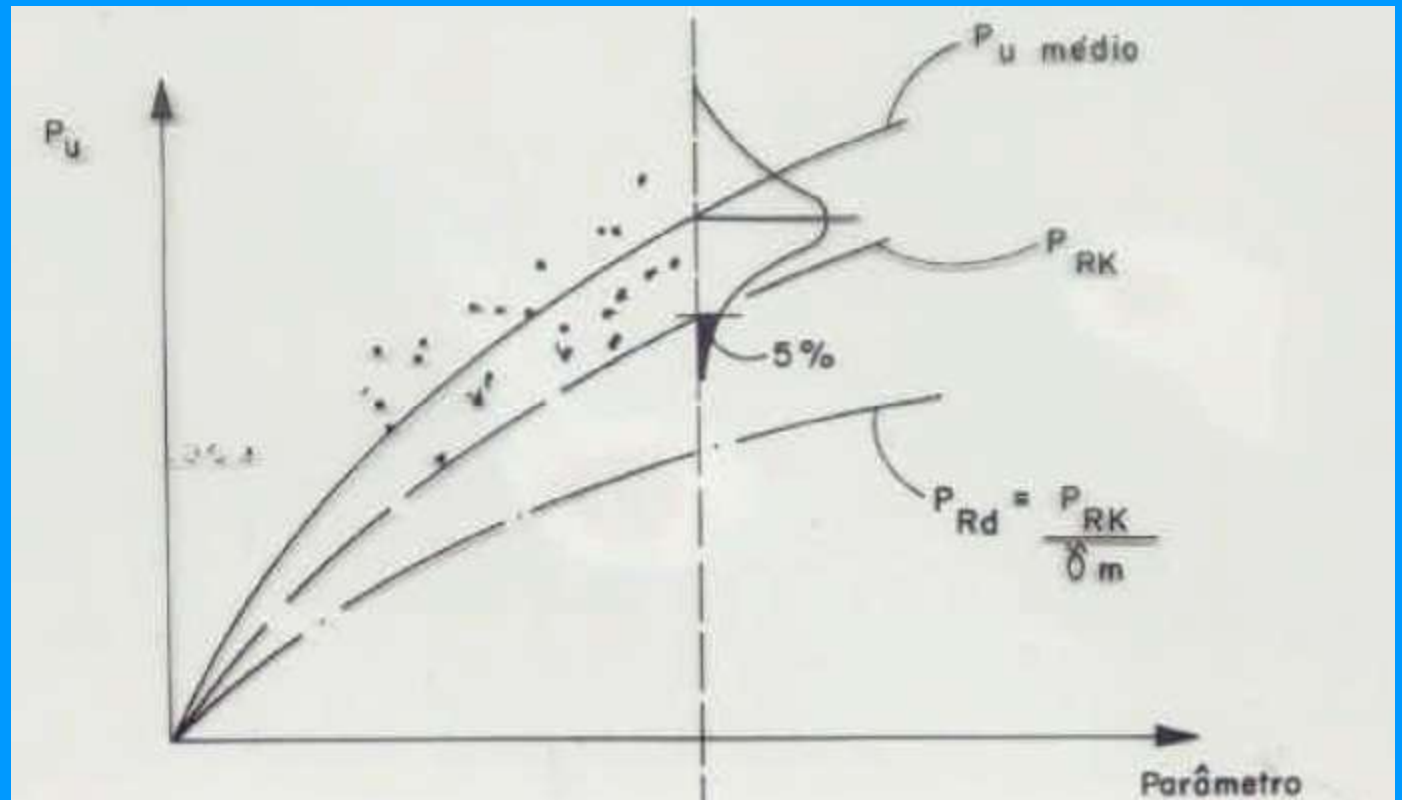
Incertezas ligadas aos modelos de cálculo englobando solicitações e resistências têm distribuição normal e parâmetros:

Tipo de Esforço	Viés Vnom/Vm	Coef. Variação
Flexão	1,02	0,06
F. Cortante* C/ armadura	1,08	0,10
F. Cortante* S/ armadura	1,16	0,11
Pilares	1.00	0,08

* F. Cortante-tração

Cf. A. Nowak

Análise da diferença teoria experiência



Comprovação experimental das equações da Punção na NBR6118

ENSAIO	PILAR	RESULTADO ENSAIO	CEB-90	ENSAIO/CEB-90
R-1	CENTRAL	560	549	1.020036
R-1A		587	553	1.061483
R-2		693	565	1.226549
R-3		773	708	1.091808
R-4		853	712	1.198034
R-5		853	731	1.166895
R-6		1040	871	1.19403
R-7		1120	842	1.330166
R-8		1200	842	1.425178
R-9		1227	1140	1.076316
R-10		800	669	1.195815
R-11		907	763	1.188729
	MÉDIA	884.4167	745.4167	1.181253
	DESVIO PADRÃO	223.4093	167.1012	0.114413
	VALOR CARACTERÍSTICO	518.0254	471.3707	0.993616

Resumo das variáveis aleatórias e seus parâmetros

VARIÁVEL	Distribu.	Média	CV (%)
Compressão Concreto	Normal	1.196fck	15%
Tração Concreto	Normal	1.258fctk	20%
Tração/Comp Armadura	Normal	1.089fyk	5%
Geometria Concreto	Normal	1.0V.Proj.	5%>3cm
Geometria Concr.-Arm.	Normal	1.0V.Proj.	8%>4cm
Geometria Armadura	Normal	1.0V.Proj.	1.5%
Ações Permanentes	Normal	1.05V.Proj.	10%
Ações Variáveis	Gumbel Tipo I	0.91V.Proj.	18%
Modelos de Cálculo	Normal	Variável	-

3. Método Semi-probabilístico

3.1 - Resistência de cálculo do concreto.

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

3.2 - Resistência de cálculo do aço.

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

3.3 - Solicitação de cálculo.

$$S_{Rd} = S_{Rk} \cdot \gamma_f$$

Coeficiente de Ponderação das resistências

As resistências deverão ser minoradas pelo coeficiente

$\gamma_m = \gamma_{m1} \times \gamma_{m2} \times \gamma_{m3}$, onde:

γ_{m1} : considera a variabilidade da resistência dos materiais envolvidos

γ_{m2} : considera a diferença entre a resistência do material no corpo de prova e na estrutura

γ_{m3} : considera os desvios gerados na construção e as aproximações feitas em projeto do ponto de vista das resistências.

Coeficientes de Ponderação das ações

As ações deverão ser majoradas pelo coeficiente

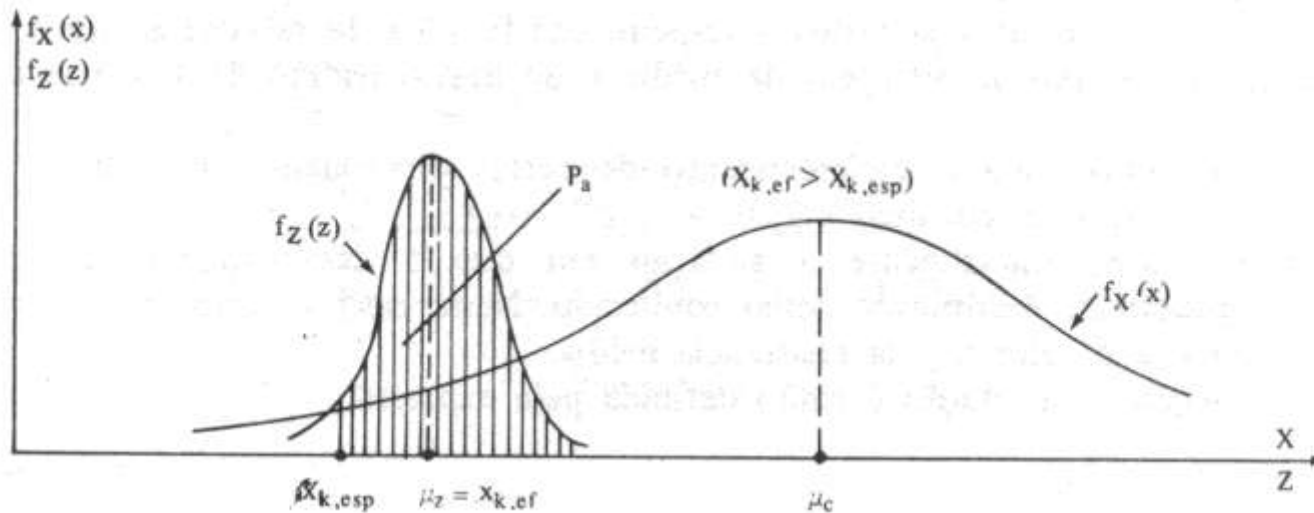
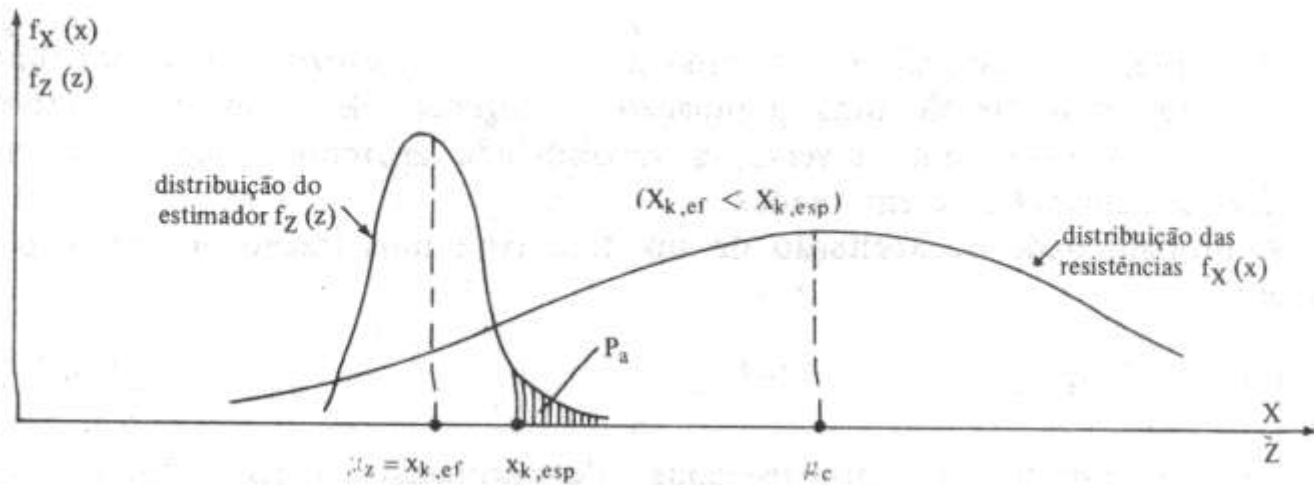
$$\gamma_f = \gamma_{f1} \times \gamma_{f2} \times \gamma_{f3} \quad \text{onde:}$$

γ_{f1} : considera a variabilidade das ações

γ_{f2} : considera a simultaneidade de atuação das ações
($\gamma_{f2} = \psi_0, \psi_1$ ou ψ_2)

γ_{f3} : considera os desvios gerados nas construções e as aproximações feitas em projeto do ponto de vista das solicitações

Amostragem parcial – Estimador espanhol



Amostragem total – Distribuição por amostragem da média da betonada

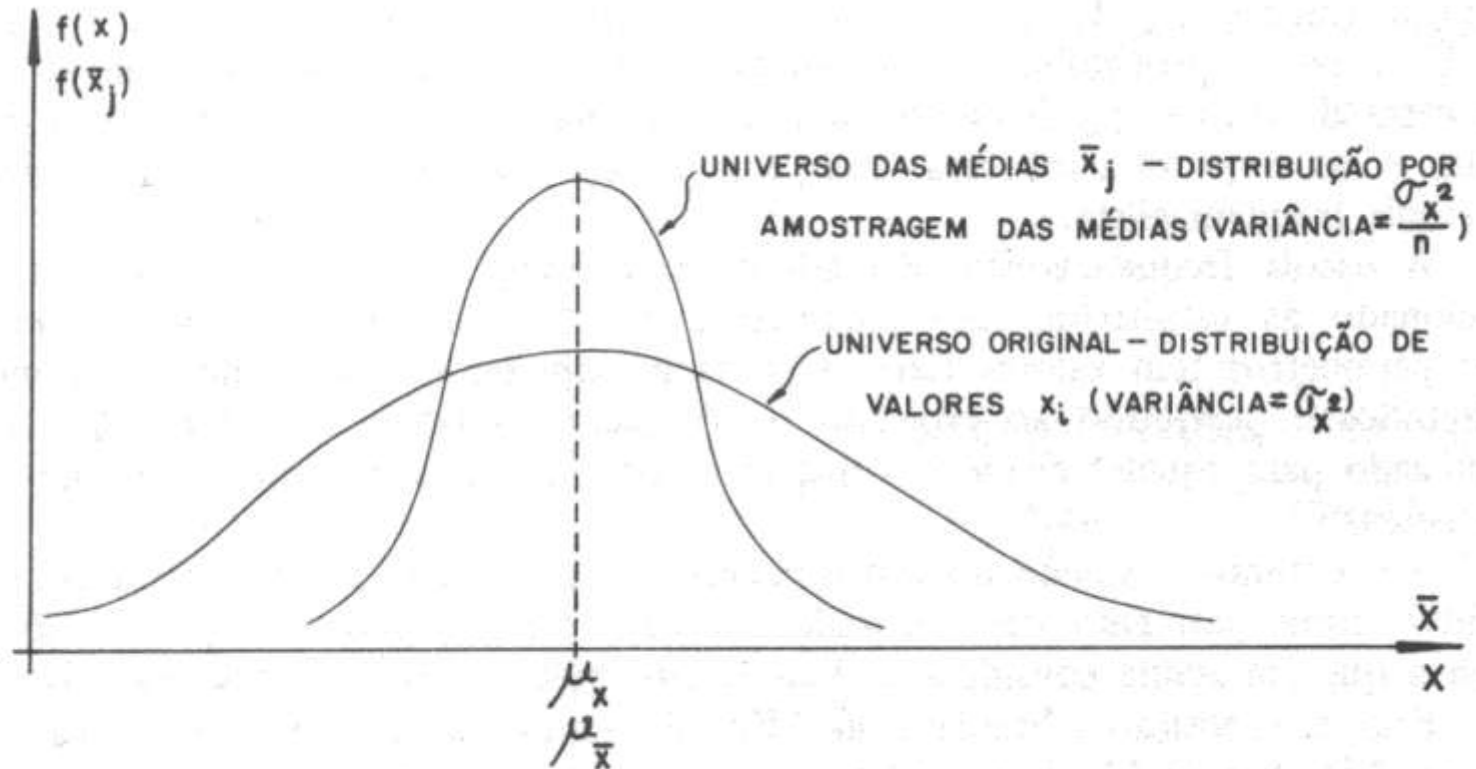
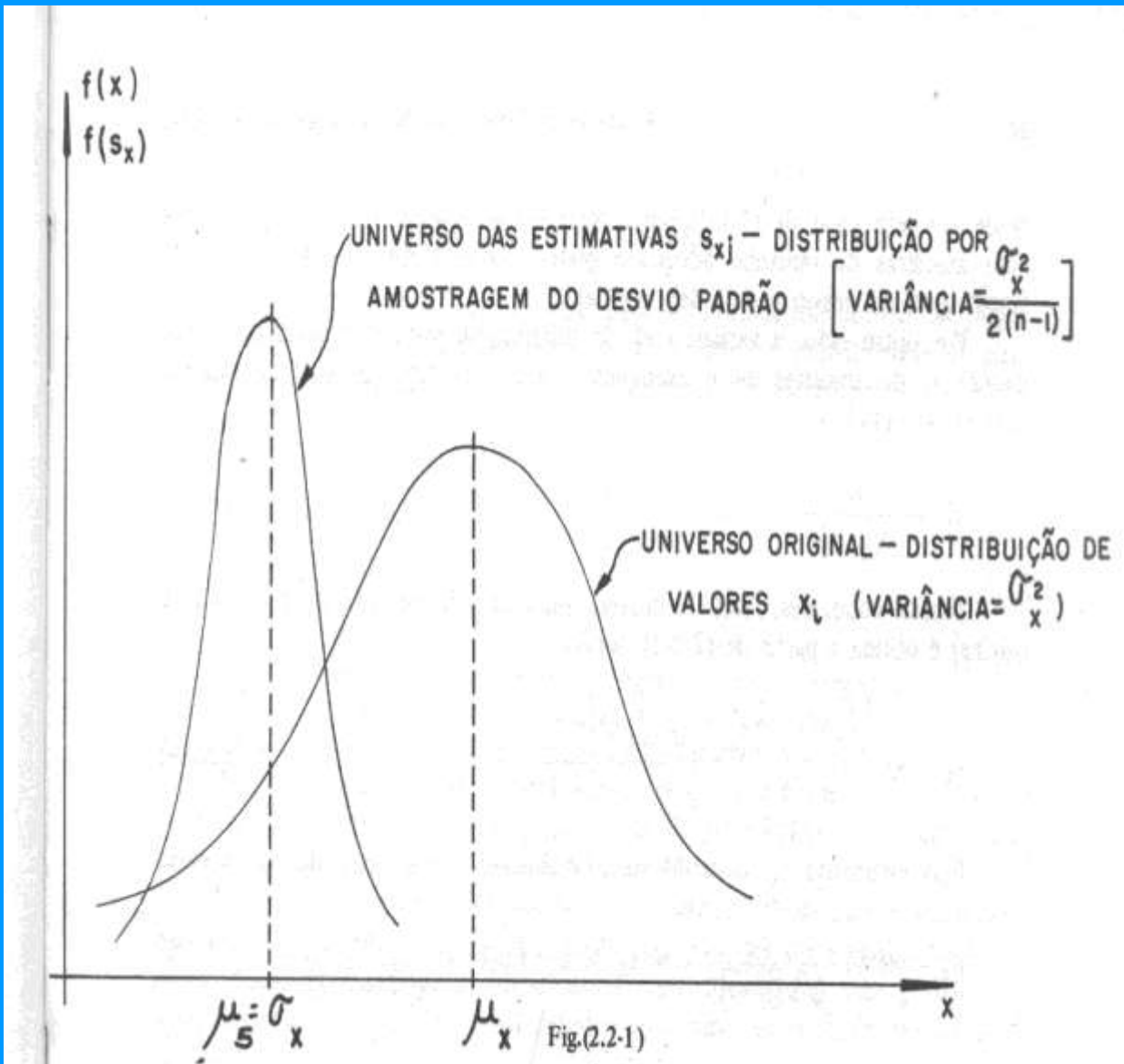


Fig.(2.1-2)

Amostragem total – Distribuição por amostragem do desvio padrão da betonada



Cf Fusco

4. TEORIA DA CONFIABILIDADE

4.1. Introdução da Segurança

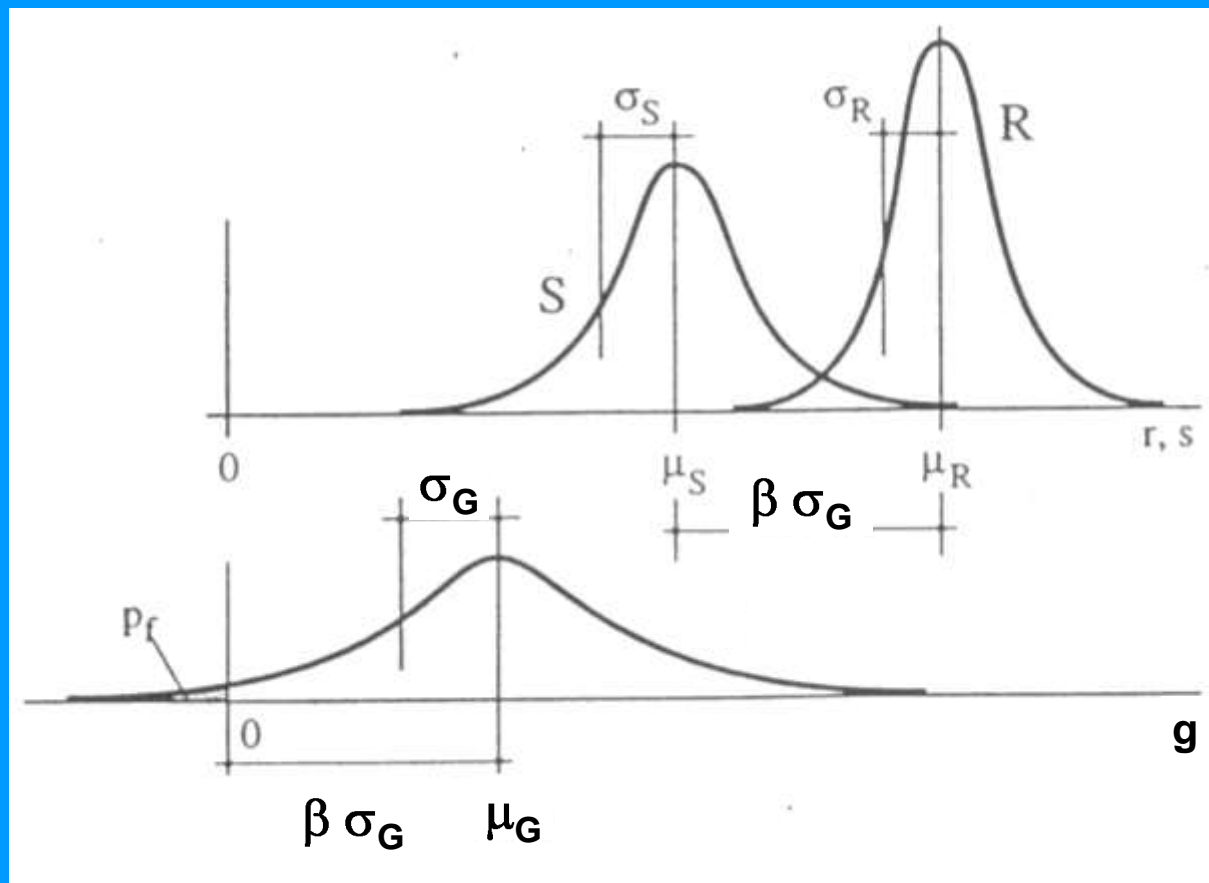
A. Normas – Nível 1

$$R_d (x_{i, \text{extremos}}) \geq S_d (y_{i, \text{extremos}})$$

B. Teoria Geral – Nível 3

$$G = (R (x_i) - S (y_i))_{\text{extremos}} \geq 0$$

4.2. Formulação de Basler/Cornell $G = R - S$



Resistência

$$\mu_R ; \sigma_R^2$$

Solicitação

$$\mu_S ; \sigma_S^2$$

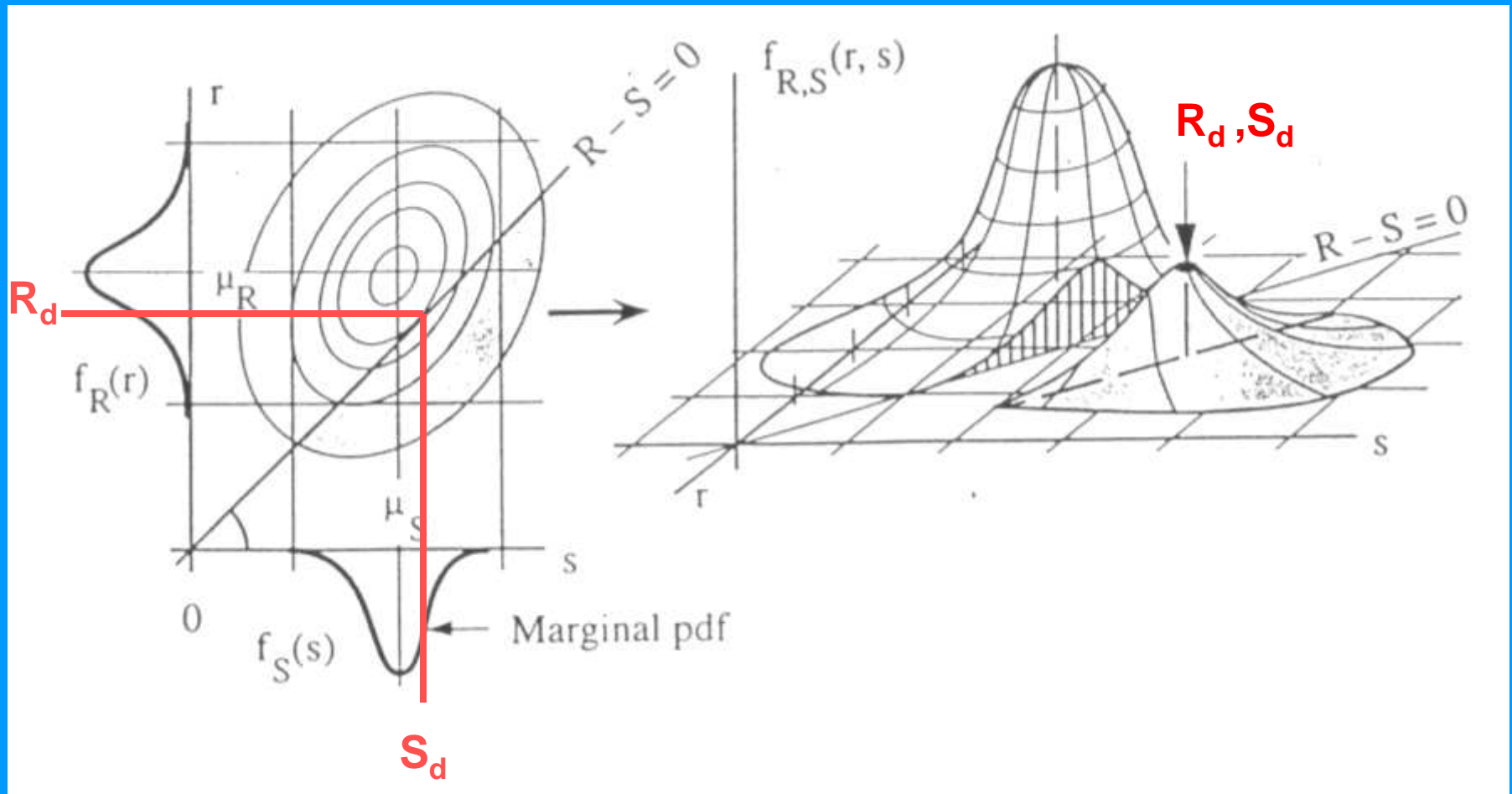
$$\mu_G = \mu_R - \mu_S$$

$$\sigma_G = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$$

$$\beta = \frac{\mu_G}{\sigma_G}$$

Se G tiver distribuição normal a probabilidade de ruína é dada por $P(-\beta)$

Representação gráfica do ponto R_d, S_d :



4.3 O Método de Monte-Carlo

Obtida a equação de controle, G , para o estado limite de interesse, é possível determinar as correspondentes probabilidades de ruína, ou coef. β , por simulação de Monte-Carlo, onde se constrói a distribuição de probabilidade de G , a partir da aleatoriedade das variáveis.

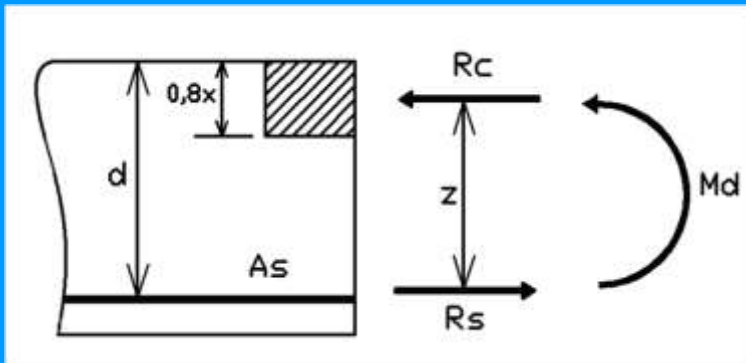
Para isso é necessário dispor de um gerador de números aleatórios, gerando em cada passo um valor para cada variável aleatória e calculando G . O número de iterações é tanto maior quanto menor a probabilidade de ruína.

É possível considerar a interdependência entre variáveis

Esse procedimento, repetido ao longo de todo o domínio de solicitações e proporções, permite verificar os coef. de ponderação γ e de combinação ψ .

4.4 Exemplo de análise pela Teoria da Confiabilidade

A. Caso de vigas e lajes à flexão



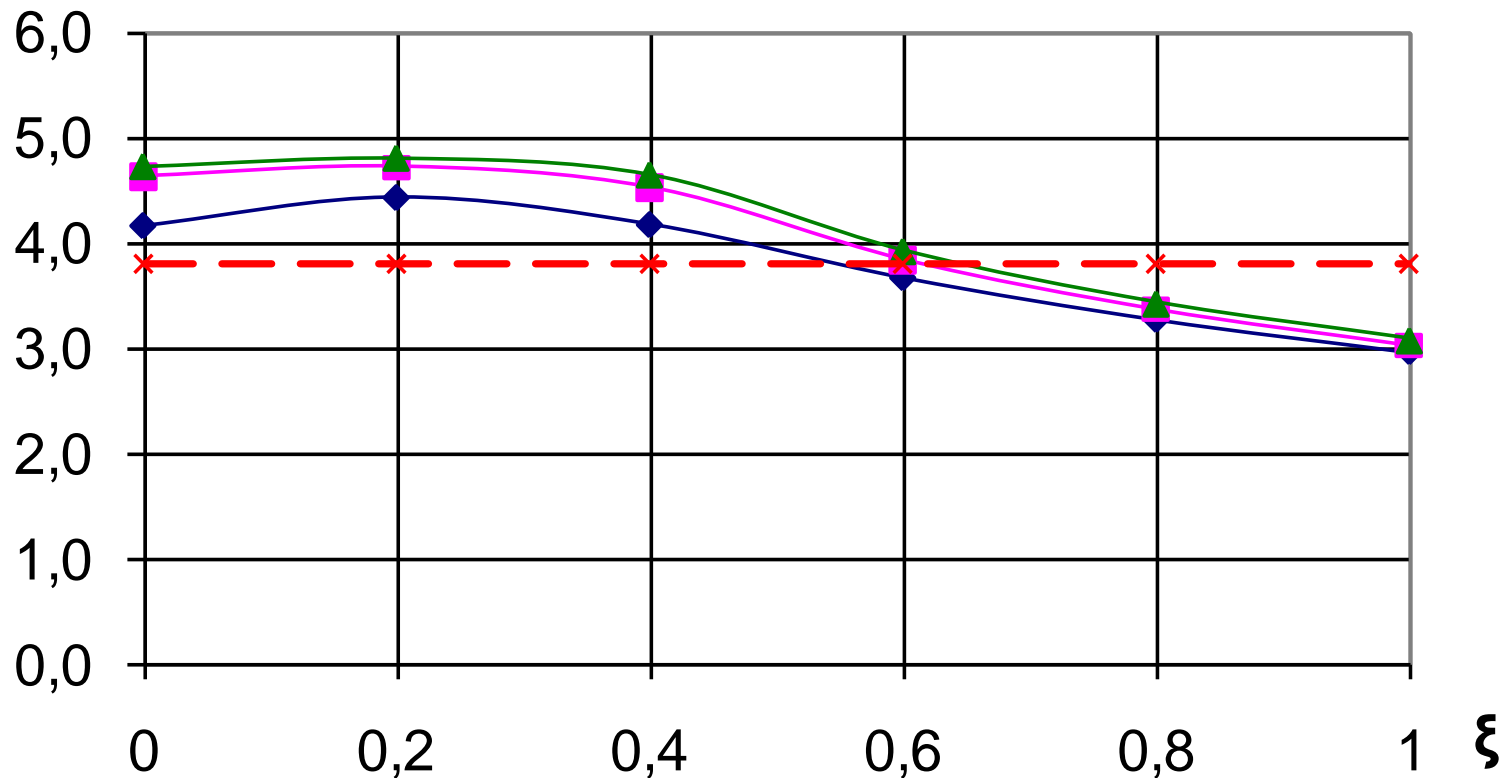
$$Z = \theta_M \cdot [R - S] = \theta_M \cdot \left[A_s \cdot f_y \cdot \left(d - 0,5 \cdot \frac{A_s \cdot f_y}{0,85 \cdot b \cdot f_c} \right) - (M_G + M_L) \right]$$

Table 1. Data for the analyzed elements, $f_{ck} = 25$ MPa

Element S	Width (cm)	Height (cm)	A_{s min} (cm²)	A_{s max} (cm²)
Beams	15	50	1.57	8.61
	20	75	2.36	18.84
	20	100	3.14	24.55
Slabs	100	10	1.56	7.85
	100	15	2.50	16.40

As max - $f_{ck} = 25\text{MPa}$

β



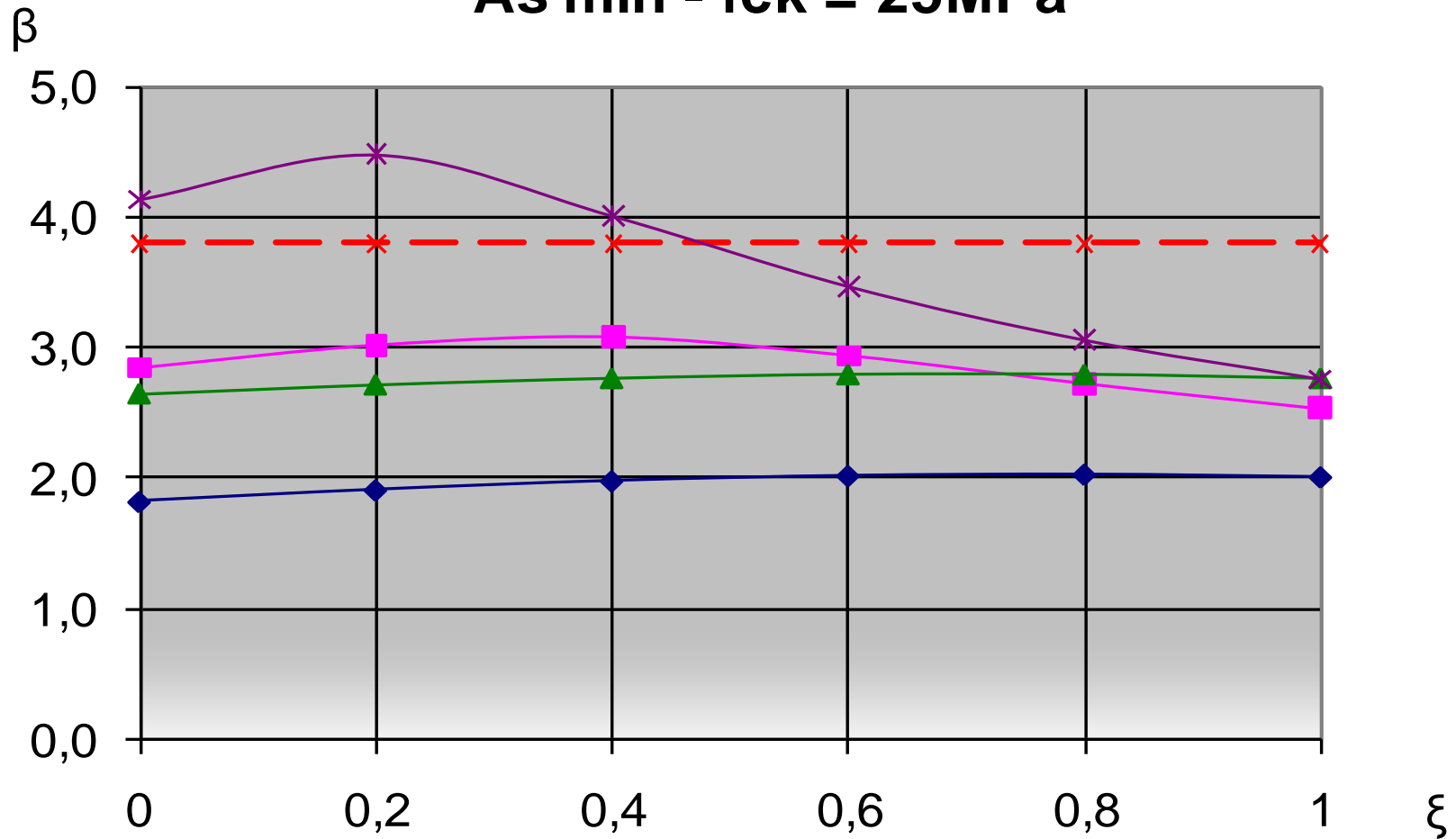
—◆— Beam 15 x 50

—■— Beam 20 x 75

—▲— Beam 20 x 100

—×— $\beta = 3,8$

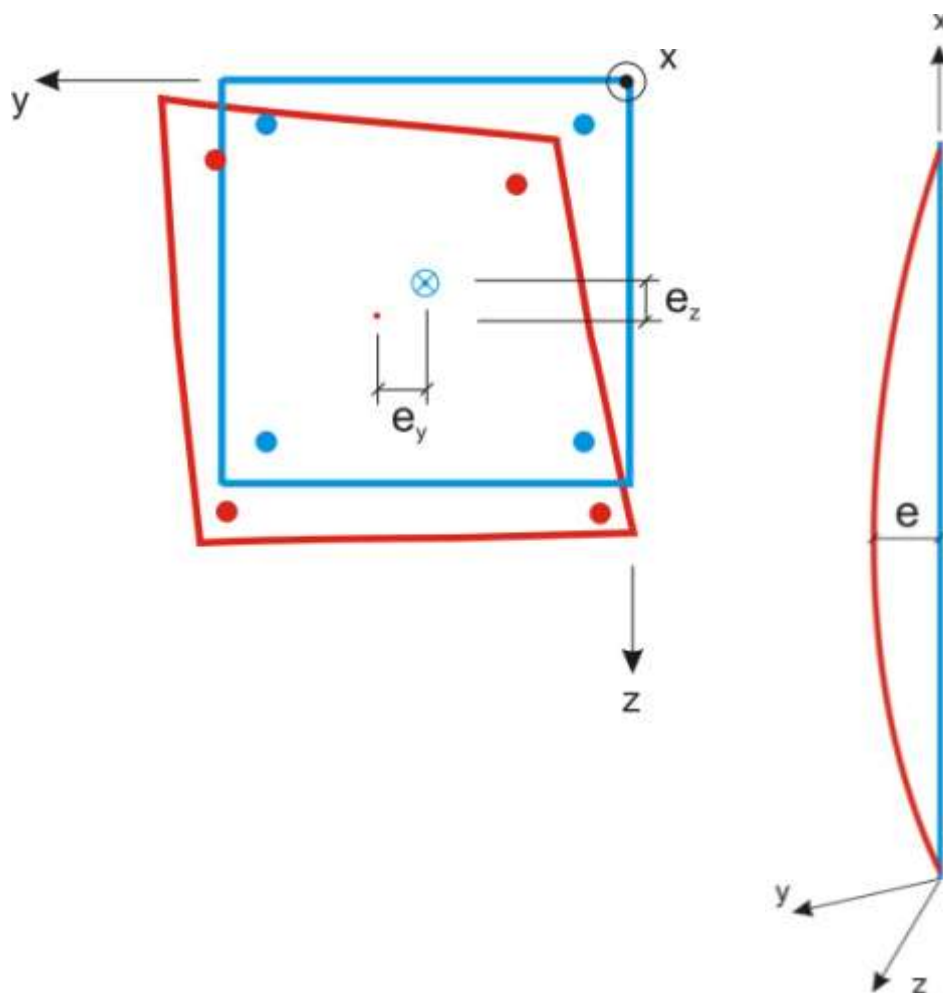
As min - fck = 25MPa



- ◆— Slab 100 x 10
- ▲— Slab 100 x 10 - $\gamma = 1,4$
- *— Beam 15 x 50
- Slab 100 x 15
- x— $\beta = 3,8$

B. Caso de Pilares sob flexão oblíqua

Uma abordagem mais completa dentro do método probabilístico condicionado:

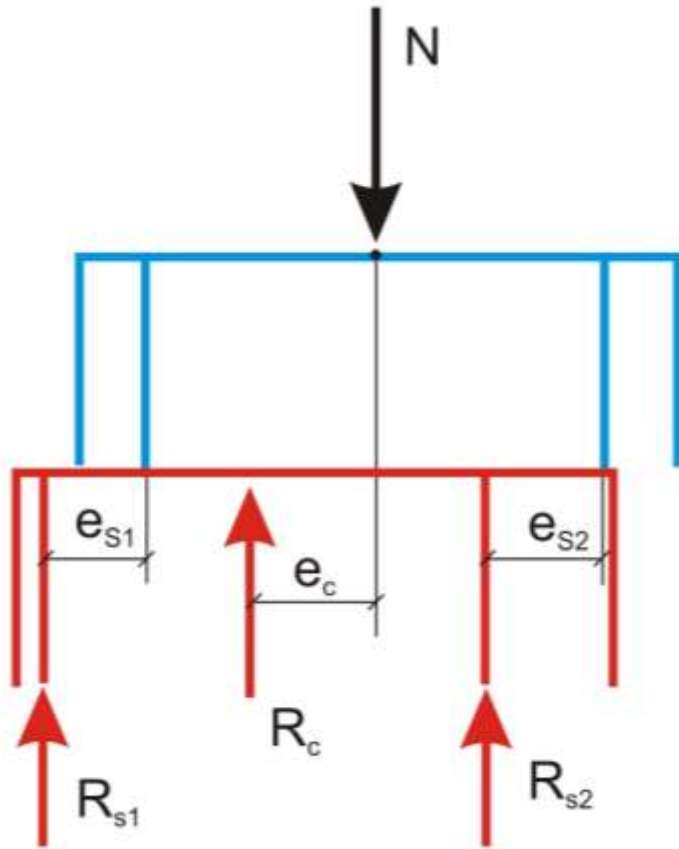


Caso geral:

-Flexão composta oblíqua, com forma, posição da armadura e excentricidades e_y e e_z aleatórias

-Seção de controle é a seção central

Uma simplificação: Flexão composta normal



-Flexão composta normal,
com as seguintes variáveis
aleatórias:

A_c , e_c , e_{s1} , e_{s2} , A_{s1} , A_{s2}

Além das outras como
resistências e ações...

B. Caso de Pilares sob flexão composta

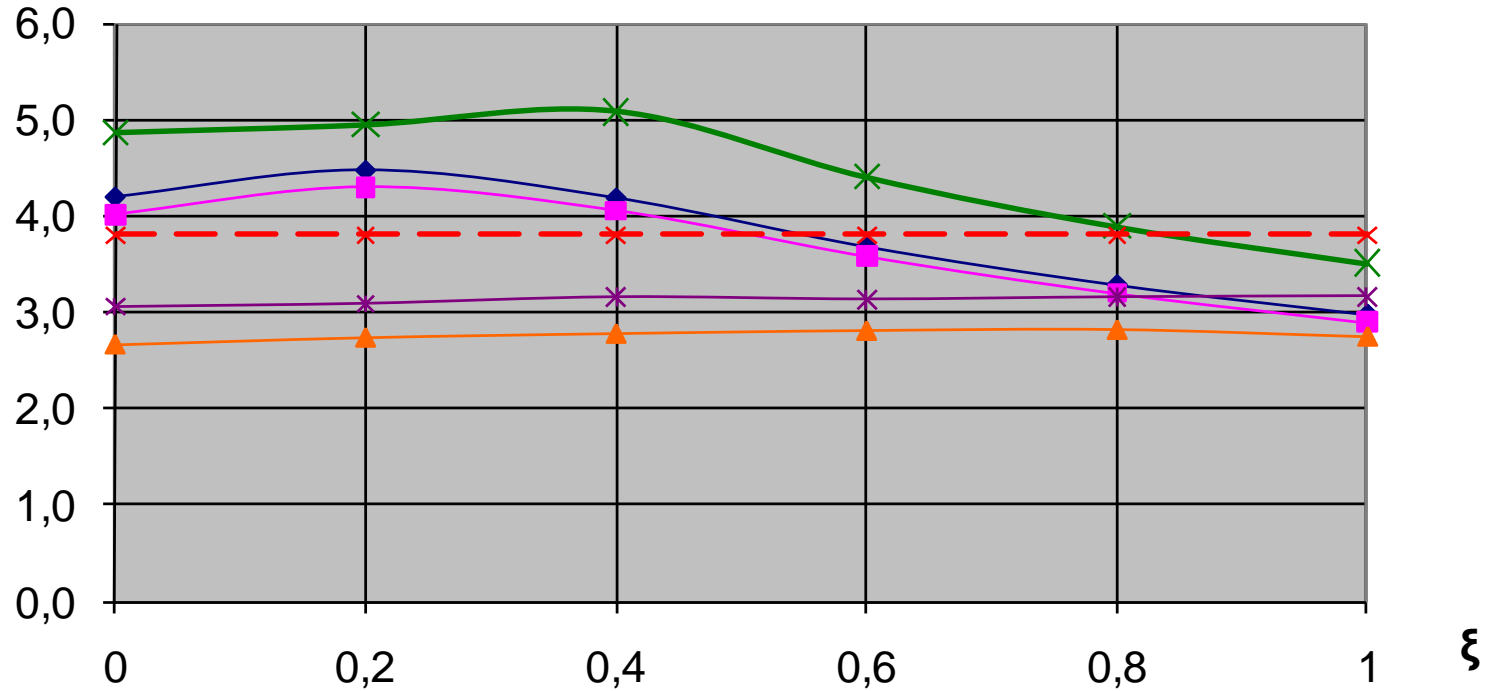
$$Z = \theta_M \cdot [R - S] = \theta_M \cdot \left[A_s \cdot f_y + 0,85 \cdot b \cdot h \cdot f_c - (N_G + N_L) \cdot \left(1 + \frac{\mu / \eta}{(0,39 + 0,01 \cdot \alpha) - 0,8 \cdot \frac{d'}{h}} \right) \right]$$

$$\eta = \frac{N}{b \cdot h \cdot f_c} \quad \mu = \frac{M}{b \cdot h^2 \cdot f_c}$$

Caso 1 $\eta = -1.50$ $\mu = 0.10$

Caso 2 $\eta = -1.00$ $\mu = 0.10$

Caso 3 $\eta = -1.00$ $\mu = 0.20$

β **Case 1 - $f_{ck} = 25\text{MPa}$** 

◆ Column 20 x 60

▲ Column 12 x 60

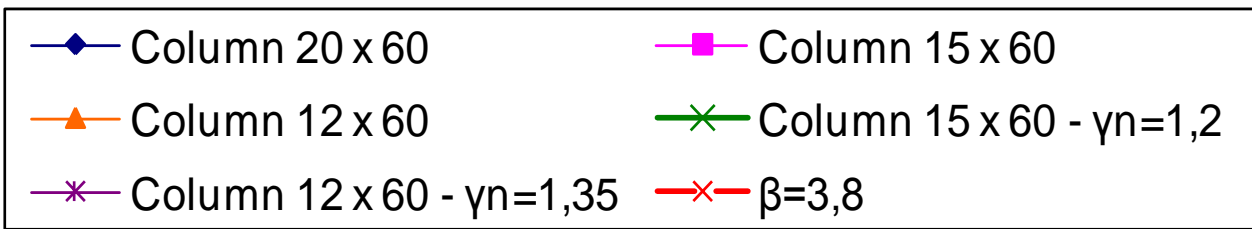
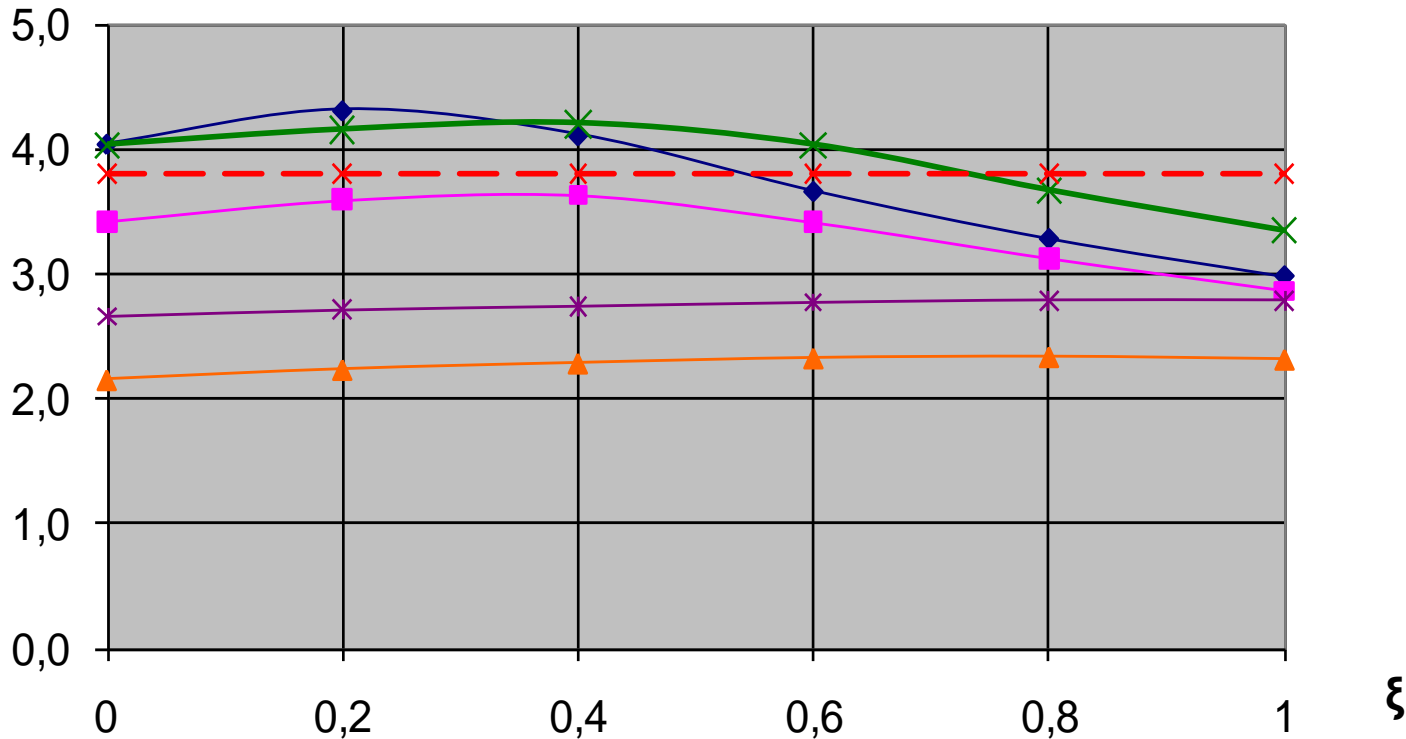
* Column 12 x 60 - $\gamma_n=1,35$

■ Column 15 x 60

✕ Column 15 x 60 - $\gamma_n=1,2$ -x- $\beta=3,8$

Case 3 - $f_{ck} = 25\text{MPa}$

β



C. Caso de Pilares perda de segurança por deficiência do concreto

Exemplo – 60x60 f_{ck} 30MPa, 18cm² CA50

Efeito de perda de resistência p/ 25 e 20MPa

Concreto	D.Padrão	Variável	D.Padrão	Constante
	PrRuina	Beta	PrRuina	Beta
f_{ck} 30	1,3E-5	4,2	1,3E-5	4,2
f_{ck} 25	4,3E-5	3,9	5E-4	3.3
f_{ck} 20	2,1E-4	3,5	8,8E-3	2,4

C. Caso de Pilares perda de segurança por deficiência do concreto

Exemplo – 60x60 f_{ck} 30MPa, 72cm² CA50

Efeito de perda de resistência p/ 25 e 20MPa

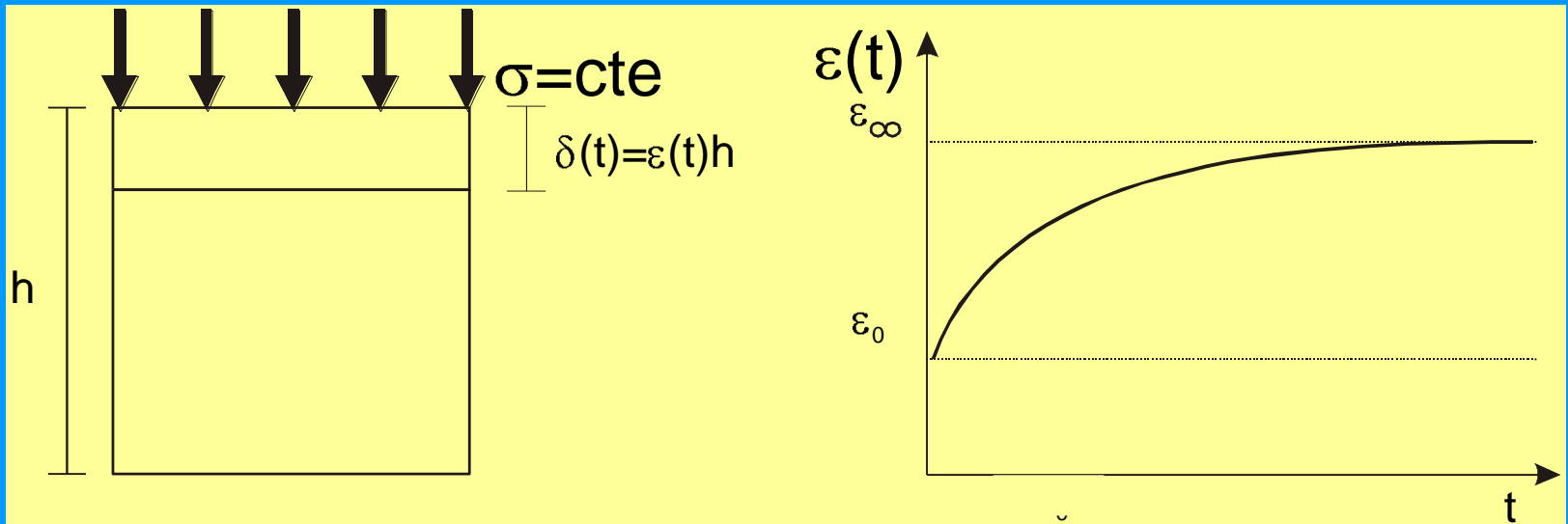
Concreto	D.Padrão	Variável	D.Padrão	Constante
	PrRuina	Beta	PrRuina	Beta
f_{ck} 30	5E-7	4,9	5E-7	4,9
f_{ck} 25	1E-6	3,9	3E-5	4.0
f_{ck} 20	4E-6	4.4	1E-3	3.0

5. Nota sobre efeito do tempo

1. Fluência
2. Relaxação
3. Efeito Rusch

1. Fluência

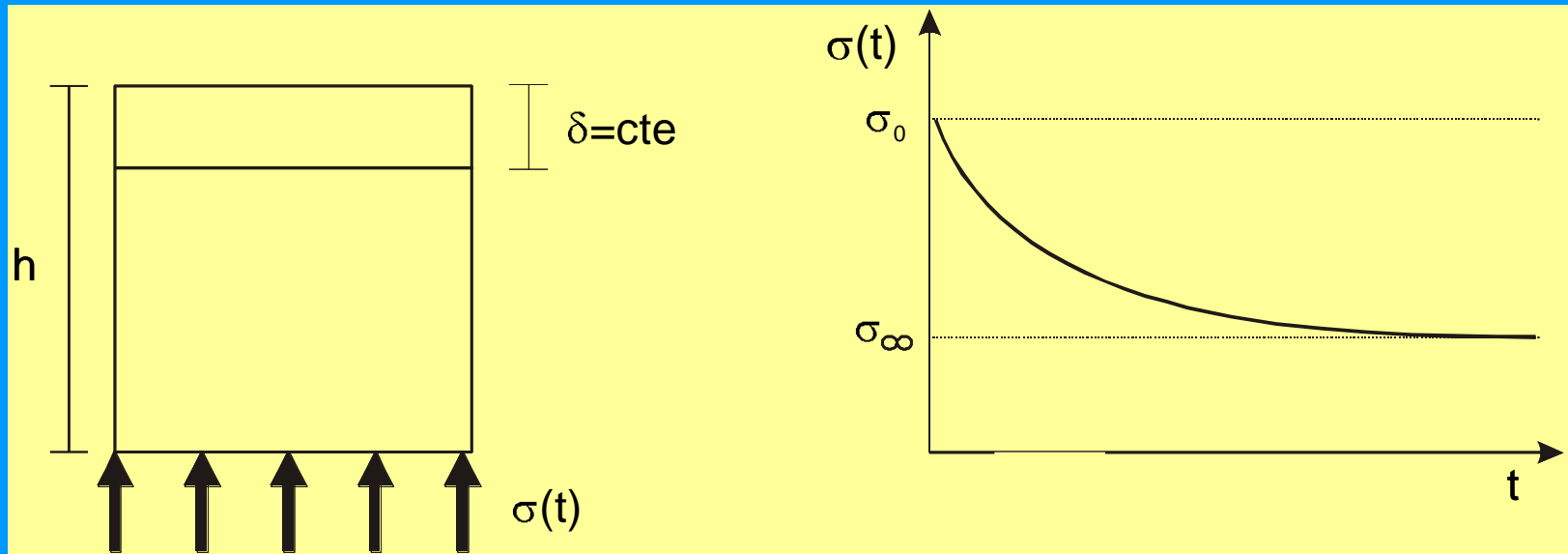
O **fenômeno de fluência** é aquele em que se observam deformações crescentes assintoticamente com o tempo em blocos de concreto, sob tensão uniforme e permanente.



$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_0} (1 + \varphi) = \varepsilon_0 (1 + \varphi)$$

2. Relaxação

O **fenômeno de relaxação** é aquele em que se observam tensões decrescentes assintoticamente com o tempo em blocos de concreto, sob deformações impostas uniformes e permanentes.



$$\sigma = \frac{\delta}{h} E_0 \frac{1}{1 + \varphi'} = \frac{\varepsilon E_0}{1 + \varphi'}$$

3. Efeito Rusch

O efeito Rusch corresponde à perda de resistência à compressão do concreto quando a carga é mantida.

Na verdade esse fenômeno decorre essencialmente do fato da resistência do concreto depender da velocidade do ensaio. A ruptura sobrevém quando a microfissuração avança o suficiente.

Ocorre que essa microfissuração avança lentamente, de modo que compromete tanto mais a resistência quanto mais lento for o ensaio, até alguns dias.

Valor de cálculo da resistência do concreto com efeito Rusch

Observação:

O coeficiente de modificação, K_{mod} , 0,85 aplicado no diagrama tensão-deformação de cálculo, conforme figura a seguir, leva em conta a superposição de 3 fatores:

- K_{mod1} perda de resistência sob carga mantida (efeito Rusch) = **0,72**;

- K_{mod2} ganho de resistência com o tempo entre 28 dias e o final de vida da estrutura (para cimento tipo CPI) = **1,23**;

- K_{mod3} coeficiente que corrige a influência da forma do corpo de prova padrão (15 x 30) = **0,96**

Esse coeficiente, que está explícito nesse diagrama, está implícito em todos os outros valores de σ_{Rcd} ou τ_{Rd} desta norma.

Valores de cálculo da resistência do concreto para t_2 superior a 28

Para a verificação na data t_2 , superior a 28 dias, o valor da resistência de cálculo do concreto deve ser determinado por:

$$f_{cd} = \beta_2 \frac{f_{ck, t_2}}{\gamma_c}$$

onde β_2 é dado por:

t_2 (dias)	28	63	91	119	≥ 3 anos
β_2	1,0	0,94	0,88	0,85	0,81
Kmod	0,85	0,80	0,75	0,72	0,69

4. Comentários justificativos do Eurocode EC2

3.1.6 Design compressive and tensile strength

The design compressive strength is defined as

$$f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c \quad (\text{EC-3.13})$$

where γ_c is the partial safety factor for concrete and α_{cc} is a coefficient taking account of long term effects on the compressive strength and unfavourable effects resulting from the way the load is applied.

A well known research program focussing on the effects of long term loading was the one carried out by Rüsç [Rüsç, 1960]. He carried out tests on concrete prisms, which he loaded to a certain fraction of the short-term compressive strength: subsequently the load was kept constant for a long period. If the long-term loads were higher than about 80% of the short-term bearing capacity, failure occurred after a certain period. Fig. 4 reproduces Rüsç's diagrammatic representation of concrete strains as a function of the applied stresses for several loading times.

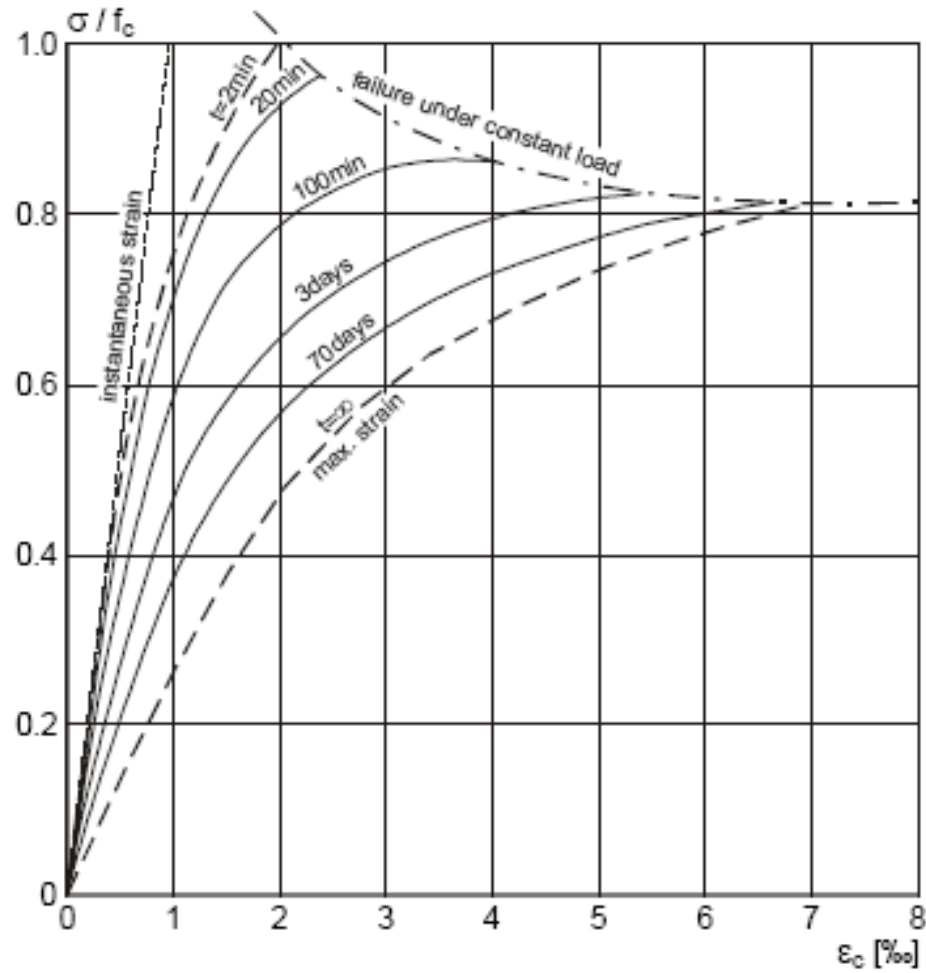


Fig. 4 Stress-strain relations for several time durations of axial compressive loads. [Rüsch, 1960].

As can be seen, the longer the loading time, the more the ultimate strength approaches the long-term value 80%. The tests carried out by Rüschi were limited to concrete's with a maximum cube strength of about 60Mpa. Tests by Walraven and Han on concrete's with cube strength's up to 100 Mpa showed that the sustained loading behaviour for high strength concrete is similar to that of conventional concrete's [Han/Walraven, 1993].

However, Rüschi's tests were carried out on concrete which had an age of 28 days at the time the load was applied. This condition will normally not hold for a structure in practice, which generally will be much older when subjected to a load. This means that the sustained loading effect is at least partially compensated by the increase in strength between 28 days and the age of loading. Fig. 5 shows the strength development in time according to eq. EC-3.3 for concrete's made with rapid hardening high strength cements RS, normal and rapid hardening cements N and R, and slowly hardening cements SL.

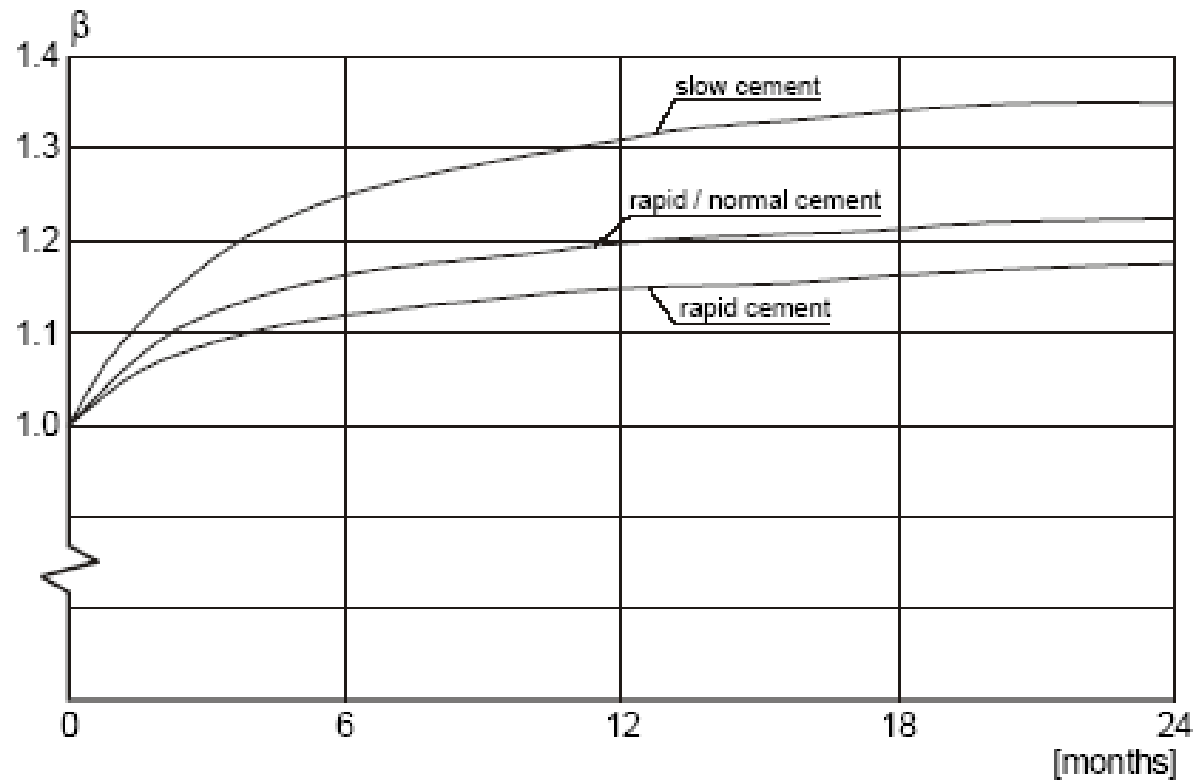


Fig. 5. Compressive strength development of concrete made with various types of cement according to Eq. EC-3.3, see also [CEB-FIP MC'90].

OBRIGADO